

**LII (52) OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
– INŻYNIERIA W ELEKTROENERGETYCE
ZAWODY II STOPNIA**

Autor: Maciej Jaworski

Koreferent: Wojciech Radomski

Zadanie nr 1

Magazyn energii elektrycznej z kołem zamachowym (ang. *flywheel*), ze względu na dużą szybkość reakcji jest wykorzystywany do stabilizacji parametrów sieci elektroenergetycznych. Energia jest przechowywana w formie energii kinetycznej wirującej masy. Efektywna pojemność takiego magazynu stanowi część energii kinetycznej przy maksymalnej prędkości obrotowej – w czasie rozładowania wirująca masa wyhamowuje tylko w niewielkim stopniu.

Przyjąć, że koło zamachowe ma następujące parametry: wirującą masą jest wydrążony walec o jednorodnej gęstości i promieniach – wewnętrznym $r_w = 0,3$ m oraz zewnętrznym $r_z = 0,45$ m, maksymalna prędkość obrotowa koła wynosi $n = 15500$ obr/min, efektywna pojemność magazynu wynosi $E_{ef} = 25$ kWh i stanowi ona 40% maksymalnej energii kinetycznej.

Jaka jest masa koła zamachowego?

Jaka jest prędkość koła zamachowego po jego rozładowaniu (odebraniu energii E_{ef})?

Rozwiązanie

Energia wirującej masy jest równa

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1)$$

gdzie I jest momentem bezwładności, a ω prędkością kątową; dla wydrążonego walca moment bezwładności jest równy:

$$I = \frac{1}{2} m (r_z^2 + r_w^2) \quad (2)$$

a zależność prędkości kątowej od prędkości obrotowej jest określona wzorem:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{1}{60} \quad (3)$$

Efektywna energia odbierana od koła w czasie rozładowania magazynu (E_{ef}) stanowi 40% energii przy maksymalnej prędkości obrotowej. Z tego warunku oraz z równań (1)-(3) można wyznaczyć wyrażenie na masę koła zamachowego:

$$m = \frac{E_{ef}}{\frac{1}{10} (r_z^2 + r_w^2) \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{1}{60}\right)^2} \quad (4)$$

Efektywna energia wyrażona w dżulach jest równa:

$$E_{ef} = 25 \cdot 3600 \cdot 1000 = 90 \cdot 10^6 \text{ J} \quad (5)$$

Po podstawieniu danych do równania (4) otrzymuje się:

$$m = \frac{90 \cdot 10^6}{\frac{1}{10} (0,45^2 + 0,3^2) \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot 15500 \cdot \frac{1}{60}\right)^2} = 1168 \text{ kg}$$

Z równań (1) i (3) można wyznaczyć wyrażenie na prędkość obrotową w funkcji energii kinetycznej

$$n = \sqrt{\frac{1800 \cdot E}{\pi^2 I}} \quad (6)$$

Moment bezwładności jest równy (dla wyznaczonej masy koła)

$$I = \frac{1}{2} \cdot 1168 \cdot (0,45^2 + 0,3^2) = 170,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Energia kinetyczna po rozładowaniu magazynu jest równa

$$E_{min} = \frac{6}{4} E_{ef} = 37,5 \text{ kWh}$$

Po podstawieniu danych do równania (6) otrzymuje się minimalną prędkość obrotową koła w nominalnych warunkach pracy

$$n = \sqrt{\frac{1800 \cdot 37,5 \cdot 3600 \cdot 1000}{\pi^2 \cdot 170,8}} = 12006 \text{ obr/min}$$

Zadanie nr 2

W oświetleniu ulicznym wymieniono lampy sodowe na oprawy LED. Cechą tych źródeł światła jest pobór mocy biernej pojemnościowej, co wynika z zastosowanych w oprawach filtrów. Tego typu lampy umożliwiają sterowanie natężeniem światła, co proporcjonalnie wpływa na wartość pobieranej mocy czynnej oraz w pewnym zakresie mocy biernej. W rozpatrywanym przypadku, przy pełnymysterowaniu (co odpowiada pobieraniu mocy znamionowej) ciąg lamp pobiera prąd o wartości 25 A. Przy obniżeniu natężenia światła do 50% pobierany prąd wynosi 15 A. Zakładając, że linia (1-fazowa) jest zasilana napięciem 230 V, moc czynna zmienia się proporcjonalnie ze zmianą natężenia światła, a moc bierna dlaysterowania 50% spada do 75% wartości przy pełnymysterowaniu, **wylicz znamionową wartość mocy biernej** pobieranej przez szereg lamp. Następnie **dobierz kompensację mocy biernej** tak, aby przy zmianieysterowania lamp w zakresie 50 – 100% współczynnik mocy tg ϕ miał charakter indukcyjny i mieścić się w zakresie 0 – 0,4.

Rozwiązanie

Wartości znamionowe odznaczono indeksem N, wielkości dla pełnegoysterowania – 100 dla obniżonego do 50% - 50

$$P_{100} = P_N; Q_{100} = Q_N; P_{50} = 0,5 \cdot P_N; Q_{50} = 0,75 \cdot Q_N; I_{100} = 25 \text{ A}; I_{50} = 15 \text{ A}; U = 230 \text{ V}$$

Obliczamy moc pozorną dla pełnego i połowicznegoysterowania:

$$S_{100} = U \cdot I_{100} = 230 \cdot 25 = \mathbf{5750 \text{ VA}}$$

$$S_{50} = U \cdot I_{50} = 230 \cdot 15 = \mathbf{3450 \text{ VA}}$$

Celem dalszych obliczeń jest wyznaczenie P_N i Q_N . W tym celu układamy układ równań z dwoma niewiadomymi:

$$S_{100}^2 = P_{100}^2 + Q_{100}^2$$

$$S_{50}^2 = P_{50}^2 + Q_{50}^2$$

Wstawiając powyższe otrzymujemy:

$$5750^2 = P_N^2 + Q_N^2 \rightarrow P_N^2 = 5750^2 - Q_N^2$$

$$3450^2 = (0,5P_N)^2 + (0,75Q_N)^2$$

W drugim równaniu za P_N podstawiamy wyrażenie z pierwszego równania:

$$3450^2 = 0,25(5750^2 - Q_N^2) + 0,5625Q_N^2$$

$$3450^2 = 0,25 \cdot 5750^2 - 0,25Q_N^2 + 0,5625Q_N^2$$

$$3450^2 = 0,25 \cdot 5750^2 - 0,25Q_N^2 + 0,5625Q_N^2$$

$$11902500 = 8265625 + 0,3125Q_N^2$$

$$Q_N = \sqrt{3636875/0,3125} = \mathbf{3411 \text{ VAr}}$$

Obliczamy pozostałe wartości mocy dlaysterowania 100 i 50%

$$P_N = \sqrt{5750^2 - Q_N^2} = \sqrt{5750^2 - 3411^2} = \mathbf{4628 \text{ W}}$$

$$P_{50} = 0,5P_N = \mathbf{2314 \text{ W}}$$

$$Q_{50} = 0,75Q_N = \mathbf{2558,25 \text{ VAr}}$$

Współczynnik mocy $\text{tg } \varphi = \frac{Q}{P}$, więc dla układu z kompensatorem mocy biernej:

$$\text{tg } \varphi = \frac{Q_{\text{komp}} - Q_{\text{lamp}}}{P}$$

Minimalna moc kompensatora indukcyjnego, aby układ nie pobierał mocy biernej pojemnościowej ($\text{tg } \varphi \geq 0$) musi być równa maksymalnej wartości pobieranej mocy biernej a więc $Q_{\text{komp}} = Q_N = \mathbf{3411 \text{ VAr}}$, wówczas:

$$\text{tg } \varphi_{100} = \frac{Q_{\text{komp}} - Q_{100}}{P_{100}} = \frac{3411 - 3411}{4628} = \mathbf{0}$$

$$\text{tg } \varphi_{50} = \frac{Q_{\text{komp}} - Q_{50}}{P_{50}} = \frac{3411 - 2558,25}{2314} = \mathbf{0,368}$$

Maksymalna wartość mocy kompensatora wynosi $\mathbf{3483,85 \text{ VAr}}$, wówczas:

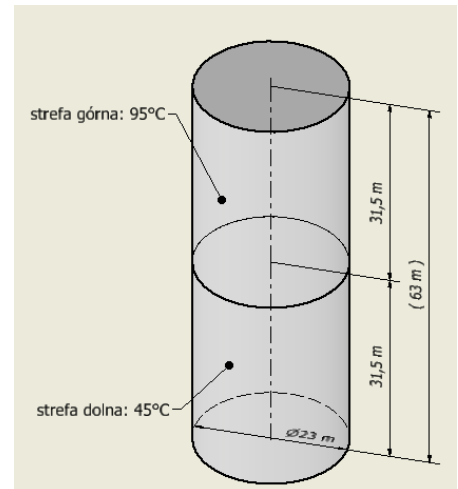
$$\text{tg } \varphi_{50} = \frac{Q_{\text{komp}} - Q_{50}}{P_{50}} = \frac{3483,85 - 2558,25}{2314} = \mathbf{0,4}$$

$$\text{tg } \varphi_{100} = \frac{Q_{\text{komp}} - Q_{50}}{P_{50}} = \frac{3483,85 - 3411}{4628} = \mathbf{0,015}$$

Zatem dla mocy kompensatora z przedziału $\mathbf{3411 - 3483,85 \text{ VAr}}$ współczynnik mocy $\text{tg } \varphi$ mieści się w dopuszczalnym zakresie $\mathbf{0 - 0,4}$

Zadanie nr 3

W elektrociepłowni zainstalowano wodny magazyn energii termicznej w postaci naziemnego zbiornika na wodę sieciową. Zbiornik jest wykonany ze stali w postaci pionowego cylindra o wysokości $H = 63 \text{ m}$ i średnicy wewnętrznej $D = 23 \text{ m}$. Grubość ścian i dachu zbiornika wynosi $\delta_{stal} = 20 \text{ mm}$. Zbiornik pracuje jako magazyn warstwowy. Eksploatacja zbiornika prowadzona jest w taki sposób, aby utrzymywać w zbiorniku dwie strefy: górną (wysoka temperatura) i dolną (niska temperatura). W obliczeniach przyjmij, że: średnia temperatura wody w strefie górnej wynosi 95°C , średnia temperatura wody w strefie dolnej wynosi 45°C .



Obliczenia przeprowadź zakładając, że zbiornik jest w 50% wysokości wypełniony wodą o wysokiej temperaturze (górna strefa) i w 50% wodą o niskiej temperaturze (dolna strefa) – patrz rysunek obok.

W obliczeniach uwzględnij straty ciepła przez ścianę i dach zbiornika (straty przez dno zbiornika należy pominąć), przyjmując, że:

- współczynnik przejmowania ciepła od wody w zbiorniku do powierzchni wewnętrznej zbiornika wynosi: $\alpha_{wew} = 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$;
- współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni zewnętrznej do powietrza zewnętrznego wynosi:
 - dla ścian: $\alpha_{zew} = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$;
 - dla dachu: $\alpha_{dach} = 15 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$;
- przewodność cieplna stali wynosi $\lambda_{stal} = 50 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$;
- zbiornik jest ocieplony wełną mineralną której przewodność cieplna wynosi: $\lambda_{welna} = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$;

1. Oblicz straty ciepła (moc strat) do otoczenia dla zbiornika nieocieplonego (tylko stal).
2. Oblicz straty ciepła (moc strat) do otoczenia dla zbiornika ocieplonego warstwą izolacji termicznej wykonaną z wełny mineralnej o grubości:
 - $\delta_{izol1} = 50 \text{ mm}$,
 - $\delta_{izol2} = 200 \text{ mm}$.
3. Oblicz o ile procent zmaleje strata ciepła (moc strat) po zastosowaniu warstwy izolacji termicznej (osobno dla grubości 50 mm i 200 mm) w odniesieniu do zbiornika nieocieplonego.

W obliczeniach przyjmij średnią temperaturę zewnętrzną wynoszącą: -1°C .

W obliczeniach przyjmij stan ustalony (stały rozkład temperatury w czasie). Pomiń straty ciepła na drodze promieniowania. W obliczeniach należy pominąć wpływ elementów konstrukcyjnych zbiornika oraz mostków cieplnych na straty ciepła.

Rozwiązanie

1. Różnica temperatur dla strefy górnej i dolej zbiornika

$$\Delta T_g = T_g - T_z = 96K$$

$$\Delta T_d = T_d - T_z = 21K$$

2. Powierzchnie wymiany ciepła dla zbiornika

$$\text{Powierzchnia ścian zbiornika } A_z = \pi \cdot D_{zb} \cdot H_{zb} = 4552 \text{ m}^2$$

$$\text{Powierzchnia dachu zbiornika } A_{dach} = \frac{\pi \cdot D_{zb}^2}{4} = 415 \text{ m}^2$$

3. Promienie ściany zbiornika: wewnętrzny r_1 i zewnętrzny r_2

$$r_1 = \frac{D_{zb}}{2} = 11.5\text{m}, \quad r_2 = \frac{D_{zb}}{2} + \delta_{stal} = 11.52\text{m}$$

4. Obliczenie strat dla zbiornika nieocieplonego

Współczynnik przenikania ciepła dla dachu zbiornika

$$k_{dach} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_{stal}}{\lambda_{stal}} + \frac{1}{\alpha_{zd}}} = 13.9 \cdot \frac{W}{m^2K}$$

Współczynnik przenikania ciepła dla ściany bocznej zbiornika

$$k_{s_cyl} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{r_1}{\lambda_{stal}} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{\alpha_{zs}}} = 9.5 \cdot \frac{W}{m^2K}$$

Strata ciepła (moc strat) do otoczenia dla zbiornika nieocieplonego:

- przez dach zbiornika:

$$Q_{dach} = k_{dach} \cdot A_{dach} \cdot \Delta T_g = 553455W$$

- przez ścianę w strefie górnej zbiornika

$$Q_{gs_cyl} = k_{gs_cyl} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_g = 2069685W$$

- przez ścianę w strefie dolnej zbiornika

$$Q_{ds_cyl} = k_{ds_cyl} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_d = 452744W$$

Sumaryczna strata ciepła do otoczenia

$$Q_{cyl} = Q_{dach} + Q_{gs_cyl} + Q_{ds_cyl} = 3075884W$$

5. Promień zewnętrzny ściany zbiornika z izolacją 1 o grubości $\delta_{izol1} = 50mm$

$$r_{3i1} = \frac{D_{zb}}{2} + \delta_{stal} + \delta_{izol1} = 11.57m$$

6. Obliczenie strat dla zbiornika ocieplonego izolacją 1

Współczynnik przenikania ciepła dla dachu zbiornika z izolacją 1

$$k_{dach_izol1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_{stal}}{\lambda_{stal}} + \frac{\delta_{izol1}}{\lambda_{izol}} + \frac{1}{\alpha_{zd}}} = 0.756 \cdot \frac{W}{m^2K}$$

Współczynnik przenikania ciepła dla ściany bocznej zbiornika

$$k_{s_cyl_izol1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{r_1}{\lambda_{stal}} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{r_1}{\lambda_{izol}} \cdot \ln\left(\frac{r_{3i1}}{r_2}\right) + \frac{r_{3i1}}{r_1} \cdot \frac{1}{\alpha_{zs}}} = 0.7401 \cdot \frac{W}{m^2K}$$

Strata ciepła (moc strat) do otoczenia dla zbiornika ocieplonego izolacją 1:

- przez dach zbiornika:

$$Q_{\text{dach_izol1}} = k_{\text{dach_izol1}} \cdot A_{\text{dach}} \cdot \Delta T_g = 30169 \text{ W}$$

- przez ścianę w strefie górnej zbiornika

$$Q_{\text{gs_cyl_izol1}} = k_{\text{s_cyl_izol1}} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_g = 161719 \text{ W}$$

- przez ścianę w strefie dolnej zbiornika

$$Q_{\text{ds_cyl_izol1}} = k_{\text{s_cyl_izol1}} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_d = 35376 \text{ W}$$

Sumaryczna strata ciepła do otoczenia dla zbiornika ocieplonego izolacją 1:

$$Q_{\text{cyl_izol1}} = Q_{\text{dach_izol1}} + Q_{\text{gs_cyl_izol1}} + Q_{\text{ds_cyl_izol1}} = 227264 \text{ W}$$

7. Promień zewnętrzny ściany zbiornika z izolacją 2 o grubości $\delta_{\text{izol2}} = 200 \text{ mm}$

$$r_{3i2} = \frac{D_{2b}}{2} + \delta_{\text{stal}} + \delta_{\text{izol2}} = 11.72 \text{ m}$$

8. Obliczenie strat dla zbiornika ocieplonego izolacją 2

Współczynnik przenikania ciepła dla dachu zbiornika z izolacją 2

$$k_{\text{dach_izol2}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta_{\text{stal}}}{\lambda_{\text{stal}}} + \frac{\delta_{\text{izol2}}}{\lambda_{\text{izol}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{zd}}}} = 0.197 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Współczynnik przenikania ciepła dla ściany bocznej zbiornika

$$k_{\text{s_cyl_izol2}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{r_1}{\lambda_{\text{stal}}} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{r_1}{\lambda_{\text{izol}}} \cdot \ln\left(\frac{r_{3i2}}{r_2}\right) + \frac{r_{3i2}}{r_1} \cdot \frac{1}{\alpha_{\text{zs}}}} = 0.198 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Strata ciepła (moc strat) do otoczenia dla zbiornika ocieplonego izolacją 2:

- przez dach zbiornika:

$$Q_{\text{dach_izol2}} = k_{\text{dach_izol2}} \cdot A_{\text{dach}} \cdot \Delta T_g = 7864 \text{ W}$$

- przez ścianę w strefie górnej zbiornika

$$Q_{\text{gs_cyl_izol2}} = k_{\text{s_cyl_izol2}} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_g = 43218 \text{ W}$$

- przez ścianę w strefie dolnej zbiornika

$$Q_{\text{ds_cyl_izol2}} = k_{\text{s_cyl_izol2}} \cdot 0.5A_z \cdot \Delta T_d = 9454 \text{ W}$$

Sumaryczna strata ciepła do otoczenia dla zbiornika ocieplonego izolacją 2:

$$Q_{\text{cyl_izol2}} := Q_{\text{dach_izol2}} + Q_{\text{gs_cyl_izol2}} + Q_{\text{ds_cyl_izol2}} = 60536 \text{ W}$$

9. Procentowe zmniejszenie strat ciepła (moc strat) po zastosowaniu warstwy izolacji termicznej odpowiednio 50mm i 200mm; w odniesieniu do zbiornika nieocieplonego

$$\text{Procentowe_zmniejszenie_strat_izol1} := \frac{Q_{\text{cyl}} - Q_{\text{cyl_izol1}}}{Q_{\text{cyl}}} = 92.61\%$$

$$\text{Procentowe_zmniejszenie_strat_izol2} := \frac{Q_{\text{cyl}} - Q_{\text{cyl_izol2}}}{Q_{\text{cyl}}} = 98.03\%$$

UWAGA! Za poprawne rozwiązanie uznawano również obliczenia, w których współczynnik przenikania ciepła dla ściany bocznej zbiornika (ścian cylindryczna), ze względu na parametry geometryczne zbiornika (jego średnica, grubość ściany oraz grubości izolacji) obliczano jak dla ścianki płaskiej.