XLIX OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-BUDOWLANEJ i ROZWIĄZANIA

Autor: Wojciech Radomski
Koreferent: Maciej Jaworski

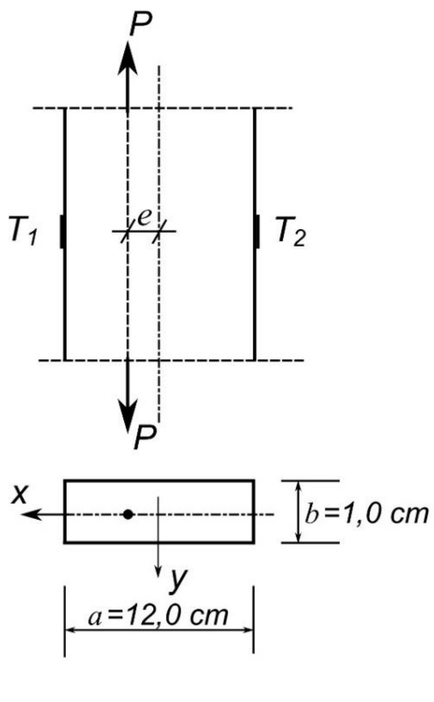
ZADANIE 1

W budownictwie i wielu innych działach techniki często występuje potrzeba zbadania cech materiałowych różnego rodzaju elementów. Potrzeba taka wystąpiła w przypadku metalowego płaskownika o polu prostokątnego przekroju poprzecznego $A = a \times b = 12{,}0\ cm \times 1{,}0\ cm = 12\ cm^2$ (rys. 1). W przedstawianym tu przypadku chodziło o wyznaczenie dokładnej wartości modułu Younga E materiału płaskownika. W tym celu płaskownik umieszczono w maszynie wytrzymałościowej i poddano rozciąganiu siłą P (rys. 1). Na obu zewnętrznych krawędziach płaskownika, w tym samym jego przekroju, umieszczono czujniki (tensometry) elektrooporowe T_1 *i* T_2, służące do pomiaru odkształceń jednostkowych ε_1 i ε_2, które powstawały przy rozciąganiu płaskownika. Podczas pomiarów stwierdzono, że mimo intencjonalnie zastosowanego rozciągania osiowego, pomierzone odkształcenia jednostkowe nie są równe, tj. $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$. Zjawisko takie często występuje podczas badań laboratoryjnych i jest następstwem nieidealnie osiowego rozciągania, tylko występowania niezamierzonego mimośrodu e siły rozciągającej P (rys. 1). Podczas badań stwierdzono, że przyrostowi wartości siły rozciągającej P o 100 kN, towarzyszą odkształcenia jednostkowe (wydłużenia jednostkowe) $\varepsilon_1 = 0{,}00060$ oraz $\varepsilon_2 = 0{,}00015$.

Należy wyznaczyć:

a) wartość modułu Younga E materiału płaskownika;
b) wartość mimośrodu e siły rozciągającej P;
c) na podstawie a) określić ogólnie rodzaj materiału płaskownika (można skorzystać z tablic, które są w każdym poradniku).

Wskazówka – należy skorzystać z prawa Hooke'a.



Rys. 1

ROZWIĄZANIE

Płaskownik jest rozciągany mimośrodowo siłą P. Należy zatem skorzystać ze wzorów na mimośrodowe rozciąganie jednoczesnym zastosowaniem prawa Hooke'a, wyrażonego wzorem:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{1}$$

Ponieważ siła P działa z mimośrodem e, to moment zginający działający na przekrój poprzeczny płaskownika wyraża wzór:

$$M_y = P \cdot e = 100 \cdot e \ \ \text{[kNcm]} \tag{2}$$

Wzory na mimośrodowe rozciąganie (analogiczne do wzorów na mimośrodowe ściskanie, które można znaleźć w każdym poradniku), z uwzględnieniem prawa Hooke'a (1) mają postać:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y} = E \cdot \varepsilon_1 \tag{3}$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} - \frac{M_y}{W_y} = E \cdot \varepsilon_2 \tag{4}$$

We wzorach (3) i (4) W_y jest wskaźnikiem wytrzymałości, równym w przypadku przekroju prostokątnego

$$W_y = \frac{b \cdot a^2}{6} = \frac{1{,}0 \cdot 12{,}0^2}{6} = 24 \quad [\text{cm}^3] \tag{5}$$

Po wstawieniu do (3) i (4) danych liczbowych, otrzymujemy:

$$\frac{100}{12} + \frac{100 \cdot e}{24} = E \cdot 0{,}00060 \tag{6}$$

$$\frac{100}{12} - \frac{100 \cdot e}{24} = E \cdot 0{,}00015 \tag{7}$$

Równania (6) i (7) stanowią układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi, E i e, których wartości są przedmiotem rozwiązania zadania.

Po dodaniu stronami równań (6) i (7) otrzymujemy po prostych przekształceniach:

$$2 \cdot \frac{100}{12} = E(00060 + 0{,}00015), \tag{8}$$

skąd

$$E = 20833{,}33 \ \ [\text{kN/cm}^2] = 208{,}3 \ [\text{GPa}] \tag{9}$$

Po wstawieniu wartości E do jednego z równań (6) lub (7), otrzymujemy wartość mimośrodu

$$e = 1{,}25 \text{ cm} \tag{10}$$

Wartości (9) i (10) są rozwiązaniami dotyczącymi punktów a) i b) w treści zadania. Obliczona wartość E wskazuje, że materiałem płaskownika jest jeden z gatunków stali, bo moduł Younga tego materiału jest według danych tablicowych zawarta zwykle w granicach 190 ÷ 210 GPa. Jest to odpowiedź na punkt c) w treści zadania.

Autor: Maciej Jaworski
Koreferent: Wojciech Radomski

ZADANIE 2

Wewnętrzna powierzchnia szyby samochodowej jest pokryta cienkowarstwowym grzejnikiem elektrycznym. Szyba ma grubość d = 4 mm, przewodność cieplna szkła wynosi λ = 1,4 W/(m·K). Określić gęstość mocy grzejnika (w odniesieniu do jednostki powierzchni szyby), przy której temperatura wewnętrznej powierzchni szyby osiąga wartość t_{sw} = 15°C. Współczynniki przejmowania ciepła na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni szyby wynoszą odpowiednio α_w = 10 W/(m^2·K) oraz α_z = 65 W/(m^2·K), temperatura wewnątrz pojazdu wynosi t_w = 25°C, a na zewnątrz t_z = 10°C.
Jaka będzie temperatura wewnętrznej powierzchni szyby po wyłączeniu grzejnika?

Rozwiązanie

Gęstość strumienia ciepła między powietrzem wewnątrz pojazdu a wewnętrzną powierzchnią szyby (na której jest grzejnik elektryczny):

$$q_w = \alpha_w(t_w - t_{sw}) = 10 \cdot (25 - 15) = 100\ \mathrm{W/m^2}$$

Gęstość strumienia ciepła między wewnętrzną powierzchnią szyby a powietrzem na zewnątrz pojazdu:

$$q_z = \frac{(t_{sw} - t_z)}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{d}{\lambda}} = \frac{(15 - 10)}{\frac{1}{65} + \frac{0{,}004}{1{,}4}} = 274{,}1\mathrm{W/m^2}$$

Różnica między tymi gęstościami strumieni ciepła jest gęstością mocy grzejnika elektrycznego:

$$q_e = q_z - q_w = 174{,}1\ \mathrm{W/m^2}$$

Po wyłączeniu grzejnika gęstość strumienia ciepła przenikającego przez szybę jest równa:

$$q_2 = \frac{(t_w - t_z)}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_z}} = \frac{(25 - 10)}{\frac{1}{10} + \frac{0{,}004}{1{,}4} + \frac{1}{65}} = 126{,}9\ \mathrm{W/m^2}$$

Temperatura wewnętrzna szyby (z równania Newtona):

$$t_{sw2} = t_w - \frac{q_2}{\alpha_w} = 25 - \frac{126{,}9}{10} = 12{,}31\ ^\circ\mathrm{C}$$

Autor: Maciej Jaworski
Koreferent: Wojciech Radomski

ZADANIE 3

W jednej z technologii magazynowania energii elektrycznej nadwyżki energii w systemie elektroenergetycznym wykorzystuje się do sprężania powietrza, które pod wysokim ciśnieniem przechowuje się w dużych podziemnych kawernach (np. w wyrobiskach kopalni soli) – jest to technologia CAES, ang. *compressed air energy storage*. W okresie zwiększonego zapotrzebowania na energię sprężone powietrze zasila turbinę gazową (silnik cieplny), która napędza generator elektryczny – ponieważ nie ma potrzeby zużycia energii na napęd sprężarek w tej fazie procesu moc generatora jest znacznie większa niż w konwencjonalnej elektrowni gazowej.

W magazynie CAES wykorzystuje się kawernę o pojemności 310 tys. m^3. W czasie ładowania magazynu powietrze jest sprężane do ciśnienia p_1 = 66 bar. W czasie rozładowania (poboru powietrza do turbiny) ciśnienie powietrza spada do p_2 = 48 bar. Temperatura powietrza w złożu jest stała i wynosi t_p = 15°C. W komorze spalania turbiny spalany jest olej napędowy o wartości opałowej W_u = 42,5 MJ/kg, spalanie jest realizowane ze współczynnikiem nadmiaru powietrza λ = 2,0. Teoretyczne zapotrzebowanie powietrza do spalania wynosi L_t = 14,5 (kg powietrza)/(kg paliwa). Sprawność turbogeneratora wynosi η_G = 0,25 (uwzględnia sprawność teoretyczną turbiny, generatora oraz łączne straty mechaniczne).

Obliczyć:

a) energię elektryczną uzyskiwaną w czasie jednego cyklu rozładowania magazynu CAES, wynik podać w MWh;
b) moc generatora, jeżeli rozładowanie trwa 4 godz., wynik podać w MW.

Stała gazowa powietrza R = 287 J/(kg·K), przyjąć, że powietrze zachowuje się jak gaz doskonały.

Rozwiązanie

Turbina gazowa jest silnikiem cieplnym w którym ciepło wydzielane w procesie spalania paliwa jest zamieniane na pracę mechaniczną, a następnie na energię elektryczną. Ilość wyprodukowanej energii elektrycznej określa zależność:

$$E = Q \cdot \eta_G$$

Ciepło wydzielone w procesie spalania paliwa:

$$Q = m_o \cdot W_u$$

gdzie m_o – jest masą paliwa (oleju napędowego) zużytą w czasie jednego cyklu.
Masa paliwa zależy od ilości powietrza pobranego z kawerny oraz od parametrów procesu spalania:

$$m_p = \frac{(m_{p1} - m_{p2})}{L_t \cdot \lambda}$$

m_{p1} i m_{p2} to masy powietrza wypełniającego kawernę na początku i na końcu procesu rozładowania. Masy powietrza w kawernie wyznacza się z równania Clapeyrona (równanie stanu gazu doskonałego):

$$m_p = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

Obliczenia:

$$m_{p1} = \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T} = \frac{66 \cdot 10^5 \cdot 310 \cdot 10^3}{287 \cdot (15 + 273)} = 2{,}475 \cdot 10^7 \text{ kg}$$

$$m_{p2} = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T} = \frac{48 \cdot 10^5 \cdot 310 \cdot 10^3}{287 \cdot (15 + 273)} = 1{,}800 \cdot 10^7 \text{ kg}$$

Masa zużytego paliwa

$$m_o = \frac{(m_{p1} - m_{p2})}{L_t \cdot \lambda} = \frac{(2{,}475 - 1{,}800) \cdot 10^7}{14{,}5 \cdot 2{,}0} = 2{,}328 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

Ciepło wydzielone w procesie spalania:

$$Q = m_o \cdot W_u = 2{,}328 \cdot 10^5 \cdot 42{,}5 = 9{,}894 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

Ilość energii elektrycznej:

$$E = Q \cdot \eta_G = 9{,}894 \cdot 10^6 \cdot 0{,}25 = 2{,}473 \cdot 10^6 \text{ MJ}$$

$$E = 2{,}473 \cdot 10^6 \text{ MJ} = \frac{2{,}473 \cdot 10^6}{3600} = 687{,}0 \text{ MWh}$$

Moc generatora elektrycznego:

$$P =\cdot \frac{6{,}870 \cdot 10^5 \text{ MWh}}{4 \text{ h}} = 171{,}8 \text{ MW}$$