

XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

Zadanie 1

Autor: Wojciech Radomski
Koreferent: Jacek Bzowski

Fragmentem modernizowanej budowli jest strop złożony z prefabrykowanych łupin żelbetowych (rys. 1a i 1b). Łupiny te ustawione w styk obok siebie tworzą trójprzegubowe łuki. Są one o szerokości jednostkowej (np. równej 1 m – rys. 1c). Przestrzeń między stropem i bocznymi ścianami jest wypełniona piaskiem, którego ciężar nie ma wpływu na rozwiązanie zadania.

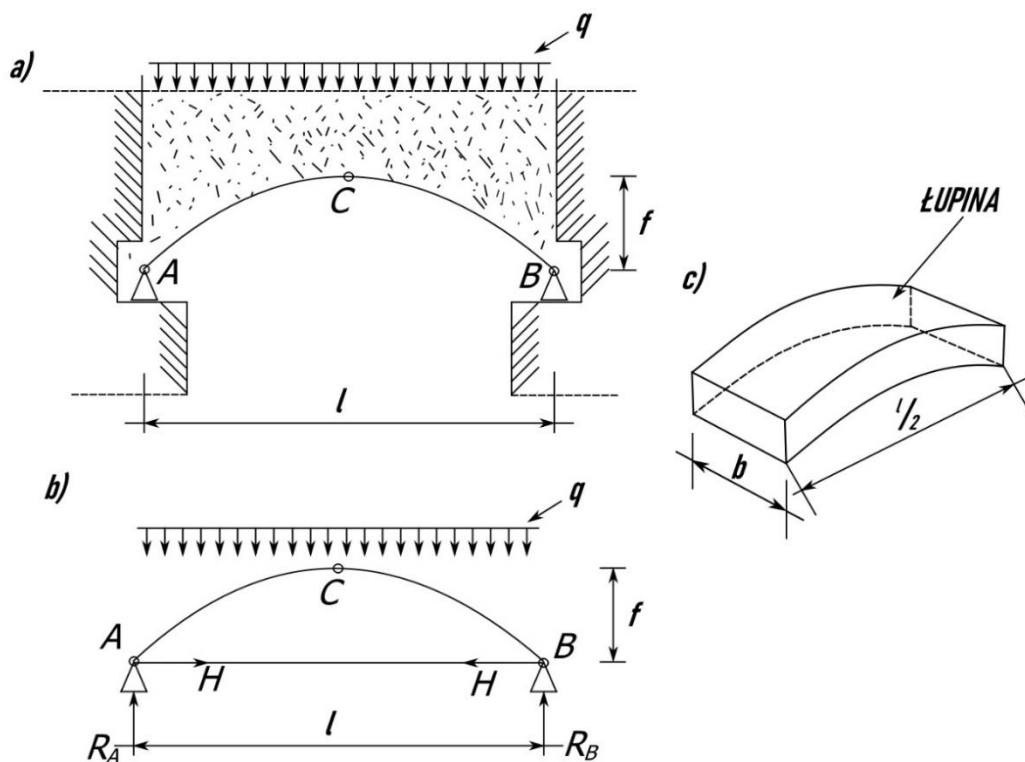
Powstała potrzeba obciążenia naziomu nad stropem obciążeniem równomiernie rozłożonym q . Stwierdzono, że wymaga to wzmocnienia stropów za pomocą ściągów z okrągłych prętów stalowych (rys. 1b).

Jaka powinna być średnica d tych prętów, aby naprężenie w nich nie przekroczyło wartości wytrzymałości obliczeniowej stali na rozciąganie f_d ?

Należy zanalizować tylko jedną łukową łupinę oraz założyć, że jest ona wzmocniona jednym prętem.

Dane liczbowe:

- rozpiętość trójprzegubowej łukowej łupiny $l = 10$ m;
- strzałka łuku $f = 3,0$ m;
- obciążenie równomiernie rozłożone $q = 50$ kN/m;
- wytrzymałość obliczeniowa stali na rozciąganie $f_d = 285$ MPa.



Rys. 1

XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

Rozwiązanie zadania nr 1

Wyznaczenie reakcji podporowych R_A i R_B :

Ze względu na symetrię konstrukcji stropu i symetrię obciążenia mamy:

$$R_A = R_B = 0,5 q l \quad (1)$$

Układamy równanie równowagi względem przegubu C , po myślowym przecięciu ściągu i przyłożeniu w nim poziomej siły H (rys. 1b). W przegubie C , jak w każdym przegubie, momenty zginające są równe 0:

$$M_C = R_A \cdot 0,5 \cdot l - H \cdot f - 0,5 \cdot q \cdot l \cdot 0,25 \cdot l = 0, \quad (2)$$

skąd

$$H = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} = \frac{50 \cdot 10^2}{8 \cdot 3} = 208,34 \text{ kN} \quad (3)$$

Przekrój pręta jest równy

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (4)$$

Naprężenia σ panujące w ściągu nie mogą przekroczyć wartości f_d . Mamy więc z (3) i (4):

$$\sigma = \frac{H}{A} = \frac{H \cdot 4}{\pi \cdot d^2} \leq f_d, \quad (5)$$

Skąd:

$$d \leq \sqrt{\frac{4 \cdot H}{\pi \cdot f_d}} \leq \sqrt{\frac{4 \cdot 208,34}{\pi \cdot 285 \cdot 10^3}} \leq 0,0305 \text{ m} \leq 30,5 \text{ mm}$$

Średnica stalowego pręta użytego jako ściągu nie może być mniejsza od 30,5 mm.

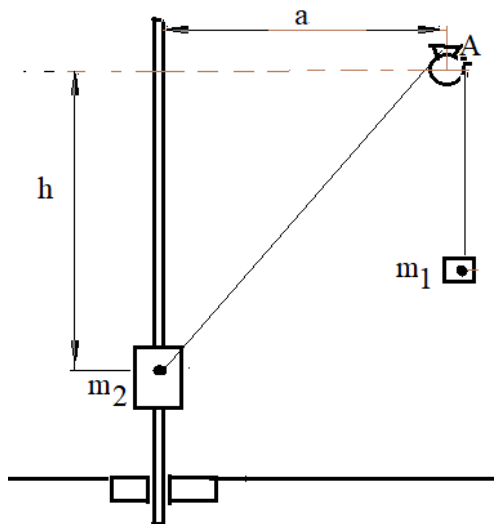
XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

Zadanie 2

Autor: Jacek Bzowski
Koreferent: Maciej Jaworski

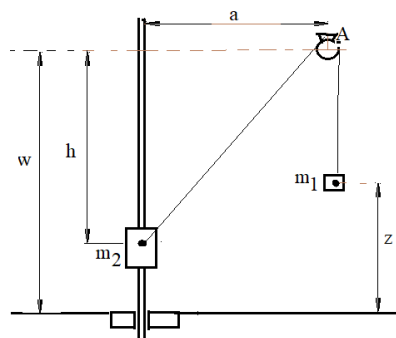
Dwie masy m_1 i m_2 połączone są nierozciągliwą linką przerzuconą przez mały blok A (rysunek). Masa m_2 poruszać się może bez tarcia po sztywnym pionowym pręcie, którego oś oddalona jest od bloku o wartość „ a ”. W chwili początkowej masa m_2 znajduje się na wysokości bloku A, a masa m_1 spoczywa na podłodze. Masa m_2 zaczęła poruszać się w dół bez prędkości początkowej. Wyznaczyć prędkość opadania masy m_2 w odległości „ h ” od punktu początkowego.

Dane: $m_1=2$ kg, $m_2=10$ kg, $a=0,5$ m, $h=1$ m, $g=9,81$ m/s².



Rozwiązanie zadania nr 2

Rysunek z treści zadania został uzupełniony o dwa dodatkowe wymiary: położenie bloku A nad podłogą (w) oraz chwilowe położenie masy m_1 (z) odpowiadające odległości masy m_2 od stanu początkowego .



Zmiana energii potencjalnej

XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

$$\Delta E_p = m_1 \cdot g \cdot z - m_2 \cdot g \cdot h$$

Energia kinetyczna (oznaczenia: v_1 chwilowa prędkość masy m_1 , v_2 chwilowa prędkość masy m_2)

$$E_k = 0,5 \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2)$$

Bilans energii

$$E_k + \Delta E_p = 0$$

$$0,5 \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) + m_1 \cdot g \cdot z - m_2 \cdot g \cdot h = 0$$

Wyznaczanie związku pomiędzy prędkościami v_1 i v_2 :

Wykorzystujemy wartość stałej długości linki „l”:

$$l = w + a \quad \text{oraz} \quad l = w - z + (a^2 + h^2)^{0,5}$$

$$\text{stąd : } a + z = (a^2 + h^2)^{0,5}$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot z + z^2 = a^2 + h^2 \quad > \quad 2 \cdot a \cdot z + z^2 = h^2$$

ostatnią równość różniczkujemy po czasie:

$$2 \cdot a \cdot dz/dt + 2 \cdot z \cdot dz/dt = 2 \cdot h \cdot dh/dt \quad \text{a ponieważ: } dz/dt = v_1 \quad \text{oraz} \quad dh/dt = v_2$$

$$a \cdot v_1 + z \cdot v_1 = h \cdot v_2$$

$$v_1^2 = h^2 \cdot v_2^2 / (a^2 + h^2)$$

Po przekształceniach równania bilansu energii otrzymamy:

$$0,5 \cdot [m_1 \cdot h^2 \cdot v_2^2 / (a^2 + h^2) + m_2 \cdot v_2^2] + m_1 \cdot g \cdot [(a^2 + h^2)^{0,5} - a] - m_2 \cdot g \cdot h = 0$$

$$v_2^2 = 2 \cdot g \cdot (a^2 + h^2) \cdot \{m_2 \cdot h - m_1 \cdot [(a^2 + h^2)^{0,5} - a]\} / [m_2 \cdot (a^2 + h^2) + m_1 \cdot h^2]$$

$$v_2^2 = 2 \cdot 9,81 \cdot (0,5^2 + 1^2) \cdot \{10 \cdot 1 - 2 \cdot [(0,5^2 + 1^2)^{0,5} - 0,5]\} / [10 \cdot (0,5^2 + 1^2) + 2 \cdot 1^2] = 14,82 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_2 = 3,85 \text{ m/s}$$

Opadająca masa w odległości 1 m od początku ma prędkość 3,85 m/s

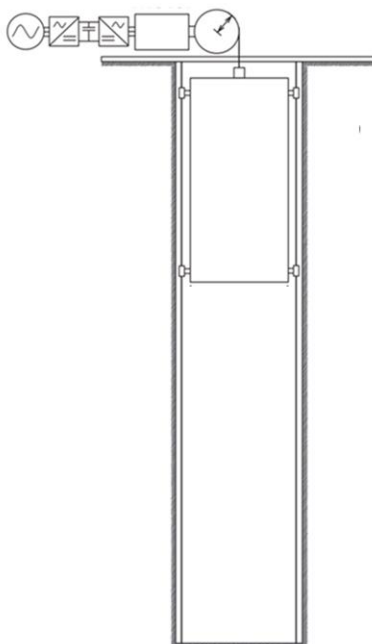
XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

Zadanie 3

Autor: Maciej Jaworski
Koreferent: Jacek Bzowski

Do magazynowania energii elektrycznej, z wykorzystaniem pola grawitacyjnego, proponuje się wykorzystać nieczynne szyby wyeksploatowanych kopalni głębinowych, np. węgla kamiennego. Zakłada się, że w takim szybie umieszczona zostanie masa M , która poruszając się w dół szybu będzie napędzała generator elektryczny – jest to etap „rozładowania” magazynu energii. Magazyn jest „ładowany” przez wyciągnięcie masy pod powierzchnię, kosztem energii potrzebnej do zasilania silnika elektrycznego.

Magazyn wykorzystujący szyb o efektywnej głębokości H (zakres, w jakim przemieszcza się masa M) ma pojemność netto równą $E_n = 0,4 \text{ MW}\cdot\text{h}$ (ilość energii po stronie odbiorcy). Sprawności silnika/generatora są równe η_s , η_g , sprawność układu sterowania i kontroli szybkością opadania masy wynosi η_c . Lina wyciągowa o średnicy d jest nawijana na bęben o średnicy D_b . Układ silnik/generator jest połączony z bębniem przekładnią o sprawności η_p .



W czasie ładowania z sieci pobierana jest moc elektryczna P .

Jaka jest szybkość podnoszenia masy?

Zakładając, że szybkość ta jest osiągnięta w czasie $t = 2 \text{ s}$, wyznaczyć maksymalne naprężenie w linie – lina wykonana jest z cienkich drutów stalowych, których łączny przekrój stanowi 0,75 przekroju liny.

Jakie powinno być przełożenie przekładni, aby prędkość obrotowa generatora była równa $n_g = 750 \text{ obr/min}$?

Jaka jest teoretyczna sprawność magazynowania energii w tym układzie?

XLVIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ
ZAWODY II STOPNIA
ZADANIA ORAZ ROZWIĄZANIA DLA GRUPY MECHANICZNO-
BUDOWLANEJ

Dane: $E_n = 0,4 \text{ MW}\cdot\text{h}$; $H = 1000 \text{ m}$; $\eta_s = \eta_g = 0,95$; $\eta_P = 0,90$; $\eta_C = 0,98$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
 $d = 70 \text{ mm}$, $D_b = 2 \text{ m}$; $P = 2 \text{ MW}$; $t = 2 \text{ s}$; $n_g = 750 \text{ obr/min}$.

Rozwiązanie zadania nr 3

Z zależności na pojemność netto magazynu

$$E_n = M g H \eta_g \eta_P \eta_C$$

wyznacza się masę M:

$$M = \frac{E_n}{g H \eta_g \eta_P \eta_C} = \frac{0,4 \cdot 3600 \cdot 1000}{9,81 \cdot 1000 \cdot 0,95 \cdot 0,90 \cdot 0,98} = 175,2 \text{ tony}$$

Moc napędowa w czasie wyciągania masy (bez strat w układzie kontroli opadania)

$$P = \frac{M g v}{\eta_s \eta_P}$$

Z tego szybkość podnoszenia

$$v = \frac{P \eta_s \eta_P}{M g} = \frac{2000 \cdot 10^3 \cdot 0,95 \cdot 0,90}{175,2 \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 0,995 \text{ m/s}$$

Przyspieszenie w czasie rozpędzania masy

$$a = \frac{v}{t} = \frac{0,995}{2} = 0,498 \text{ m/s}^2$$

Napężenie w linie (drutach stalowych):

$$\sigma = \frac{M(g + a)}{A_d} = \frac{175,2 \cdot 10^3 \cdot (9,81 + 0,498)}{\pi \cdot \frac{0,07^2}{4} \cdot 0,75} = 626 \text{ MPa}$$

Przełożenie przekładni (stosunek prędkości obrotowej generatora/silnika do prędkości obrotowej bębna):

$$i_P = \frac{n_g}{n_b} = \frac{750}{v \cdot 60 / [\pi(D + d)]} = 81,7$$

Sprawność magazynowania energii (zależy od sprawności poszczególnych elementów układu):

$$\eta_{ME} = \eta_s \eta_g \eta_P^2 \eta_C = 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,90^2 \cdot 0,98 = 0,716$$