

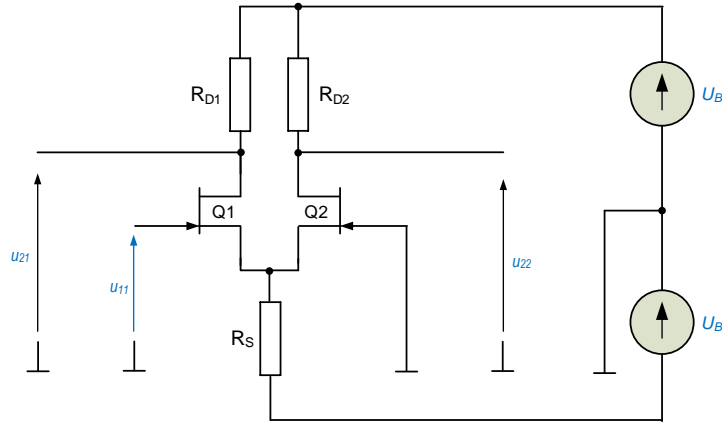
# XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA

## ZADANIA I ICH ROZWIĄZANIA DLA GRUPY ELEKTRYCZNO-ELEKTRONICZNEJ

Autor: Paweł Fabijański  
Koreferent: Stanisław Wincenciak

### Zadanie 1

Na rysunku przedstawiono wzmacniacz różnicowy z tranzystorami unipolarnymi.



Rys.1 Wzmacniacz różnicowy

W układzie zastosowano rezystory  $R_{D1} = R_{D2} = 42 \text{ k}\Omega$ ,  $R_S = 130 \text{ k}\Omega$ . Napięcie pik-pik sinusoidalnego sygnału sterującego  $U_{pp11}$  jest równe  $800 \text{ mV}$ , napięcia źródeł zasilania  $U_B = 20 \text{ V}$ .

Wiedząc, że dokładne pomiary pik-pik sinusoidalnych sygnałów napięciowych  $U_{pp21}$  oraz  $U_{pp22}$  dały wynik  $U_{pp21} = 8,46 \text{ V}$ ,  $U_{pp22} = 8,34 \text{ V}$  należy oszacować z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku wzmocnienie sygnału różnicowego  $k_{UR}$  i sygnału sumacyjnego (wspólnego)  $k_{US}$  tego wzmacniacza oraz obliczyć nachylenie charakterystyki bramkowej  $S$  tranzystorów, (definicja  $S = \frac{i_D}{u_{GS}}$  przy  $u_{DS} = 0$ ) przy założeniu, że zastosowane w układzie tranzystory Q1 i Q2 mają w każdych warunkach identyczne charakterystyki prądowo napięciowe.

### Zadanie 1 - rozwiązanie

W każdym wzmacniaczu różnicowym w zakresie pracy liniowej obowiązują zależności:

$$u_{21} = k_{UR} \frac{u_{11} - u_{12}}{2} + k_{US} \frac{u_{11} + u_{12}}{2} \quad (1.1)$$

$$u_{22} = -k_{UR} \frac{u_{11} - u_{12}}{2} + k_{US} \frac{u_{11} + u_{12}}{2} \quad (1.2)$$

Z warunków zadania wynika, że  $u_{11} = 0,8 \text{ V}$ ,  $u_{12} = 0 \text{ V}$ .

Po podstawieniu

$$u_{21} = k_{UR} \frac{u_{11}}{2} + k_{US} \frac{u_{11}}{2} \quad (1.3)$$

$$u_{22} = -k_{UR} \frac{u_{11}}{2} + k_{US} \frac{u_{11}}{2} \quad (1.4)$$

$$u_{21} - u_{22} = k_{UR} u_{11} \quad (1.5)$$

Zatem

$$k_{UR} = \frac{u_{21} - u_{22}}{u_{11}} = \frac{u_{pp21} + u_{pp22}}{u_{11}} = \frac{8,46 + 8,34}{0,8} = \frac{16,8}{0,8} = 21 \frac{\text{V}}{\text{V}} \quad (1.6)$$

Podstawiając do równania (1.3) i przekształcając można wyznaczyć wzmocnienie  $k_{US}$

$$k_{US} = \frac{2u_{21}}{u_{11}} - k_{UR} = \frac{2 \cdot 8,46}{0,8} - 21 = 0,15 \text{ V/V} \quad (1.7)$$

W układzie z tranzystorami unipolarnymi moduł wzmocnienia  $k_{UR}$  jest równy:

$$k_{UR} = S \cdot R_D \quad (1.8)$$

$$\text{Zatem } S = \frac{k_{UR}}{R_D} = \frac{21}{42 \cdot 10^3} = 0,5 \text{ mA/V}$$

Odp.:  $k_{UR} = 21 \text{ V/V}$ ,  $k_{US} = 0,15 \text{ V/V}$ ,  $S = 0,5 \text{ mA/V}$

# XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA

Autor: Piotr Grzejszczak  
Koreferent: Stanisław Wincenciak

## Zadanie 2

Dany jest trójfazowy dwupoziomowy falownik napięcia zasilany ze źródła napięcia stałego o wartości  $E$ . Falownik jest sterowany bez modulacji (każdy z sześciu łączników przewodzi przez pół okresu –  $T/2$  napięcia wyjściowego falownika). Do zacisków wyjściowych falownika (oznaczonych literami A, B i C) podłączono trójfazowy symetryczny odbiornik połączony w gwiazdę z punktem gwiazdowym „N”. Należy:

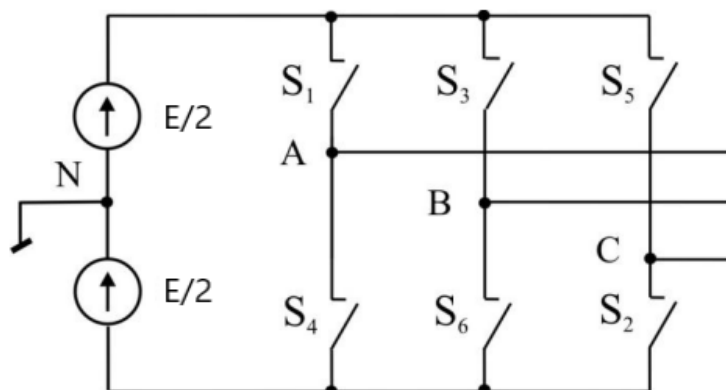
- narysować schemat zastępczy falownika, w którym w każdej gałęzi fazowej występują po dwa idealne łączniki,
- wyznaczyć sekwencje sygnałów sterujących sześciu łączników falownika w czasie dwóch okresów napięcia wyjściowego ( $2T$ ) i poszczególnym stanom pracy falownika przypisać odpowiednie oznaczenie binarne (stan „1” – połączenie z biegunem dodatnim źródła  $E$ ; stan „0” – połączenie z biegunem ujemnym źródła  $E$ ),
- dla sygnałów sterujących wyznaczyć przebieg wartości chwilowej jednego z napięć fazowych (np.  $u_{AN}$ ) i jednego z napięć międzyfazowych (np.  $u_{AB}$ ) odbiornika (dla stanu ustalonego)
- wyznaczyć wartość średnią i skuteczną napięcia fazowego  $u_{AN}$  i międzyfazowego  $u_{AB}$  generowanego przez ten falownik, w funkcji napięcia źródła  $E$ .

Wskazówka:

Ze względu na wymaganie w punkcie d) wyznaczenie wartości średnich i skutecznych odpowiednich napięć proponuje się zastąpienie w klasycznych definicjach operacji matematycznych wyznaczania wartości całek przez zastosowanie sumy iloczynów wartości funkcji pod całką i długości odpowiednich przedziałów czasu – w rozpatrywanym przypadku takie podejście nie powinno wnieść dodatkowych błędów obliczeniowych.

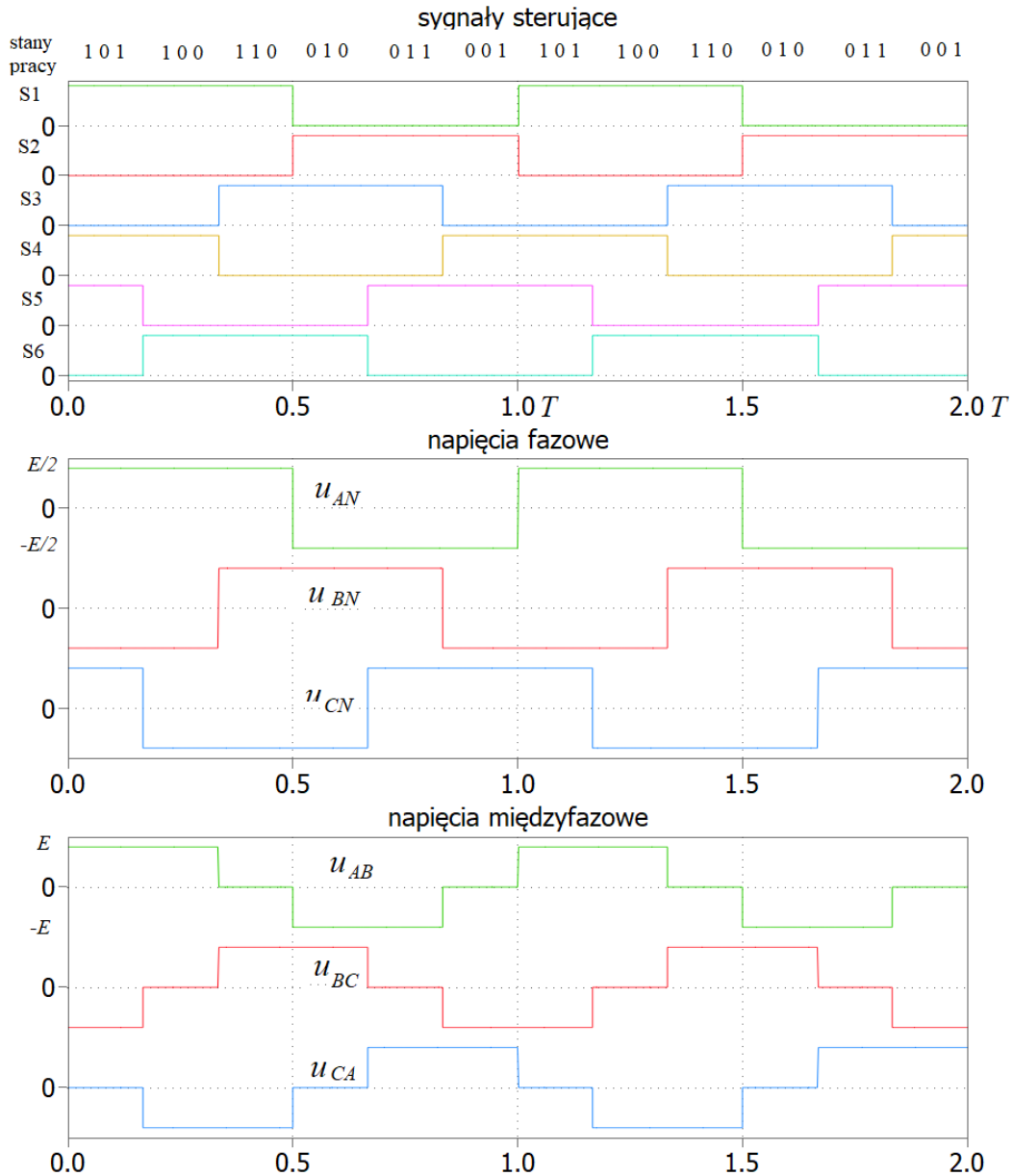
## Zadanie 2 - rozwiązanie

Ad. A) schemat zastępczy falownika



# XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA

Ad. B i C) sekwencje sygnałów sterujących oraz napięcia fazowe i międzyfazowe (np. tylko  $u_{AN}$  i  $u_{AB}$ )



Ad. D) Wartość średnia napięcia fazowego:

$$u_{AN(AV)} = \left(\frac{1}{T}\right) \int_0^T u_{AN} dt = \left(\frac{1}{T}\right) \left( \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{E}{2}\right) dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{E}{2}\right) dt \right) = \left(\frac{1}{T}\right) \left( \left(\frac{E}{2}\right) \left(\frac{T}{2}\right) - \left(\frac{E}{2}\right) \left(\frac{T}{2}\right) \right) = 0$$

## XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA

Wartość skuteczna napięcia fazowego:

$$\begin{aligned} u_{AN(RMS)} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u_{AN})^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{\frac{T}{2}} (E/2)^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T (-E/2)^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \frac{E^2 \cdot T}{4 \cdot 2} + \frac{E^2 \cdot T}{4} - \frac{E^2 \cdot T}{4 \cdot 2} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{E^2 \cdot T}{4T}} = \frac{E}{2} \end{aligned}$$

Wartość średnia napięcia międzyfazowego:

$$\begin{aligned} u_{AB(AV)} &= \frac{1}{T} \int_0^T u_{AB} dt = \frac{1}{T} \left( \int_0^{\frac{T}{3}} E dt + \int_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}} 0 dt + \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{5T}{6}} -E dt + \int_{\frac{5T}{6}}^T 0 dt \right) = \frac{1}{T} \left( \frac{E \cdot T}{3} - \frac{5E \cdot T}{6} + \frac{E \cdot T}{2} \right) \\ &= \frac{E \cdot T}{T} \left( \frac{2}{6} - \frac{5}{6} + \frac{3}{6} \right) = 0 \end{aligned}$$

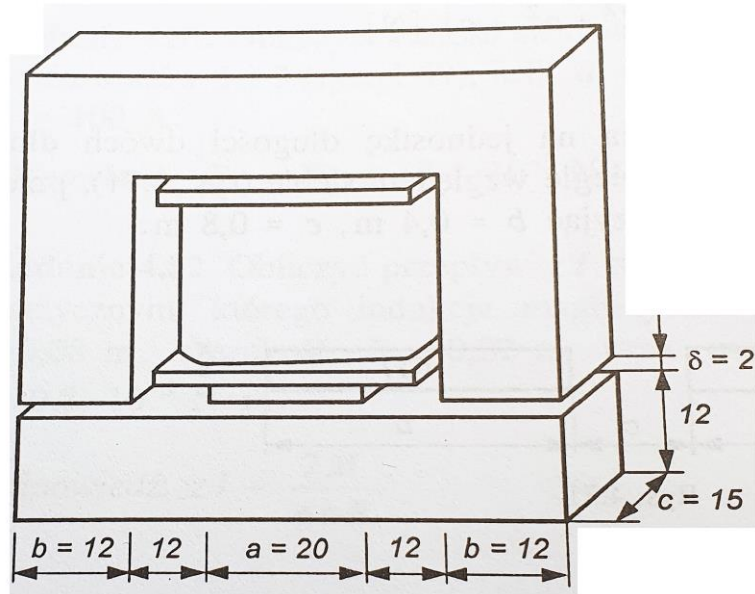
$$\begin{aligned} u_{AB(RMS)} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u_{AB})^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{\frac{T}{3}} E^2 dt + \int_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{2}} 0 dt + \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{5T}{6}} (-E)^2 dt + \int_{\frac{5T}{6}}^T 0 dt \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \left( \frac{E^2 \cdot T}{3} + \frac{5E^2 \cdot T}{6} - \frac{E^2 \cdot T}{2} \right)} = \sqrt{\frac{E^2 \cdot T}{T} \left( \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{3}{6} \right)} = E \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

Autor: Stanisław Wincenciak  
Koreferent: Jacek Starzyński

### Zadanie 3

Należy obliczyć indukcję magnetyczną w poszczególnych kolumnach rdzenia elektromagnesu ( $B_1, B_2, B_3$  – licząc od lewej strony na rysunku) oraz indukcyjność własną elektromagnesu, jeśli w cewce składającej się z:  $z = 500$  zwojów płynie prąd stały  $I = 1A$ . Wymiary elektromagnesu podane są na rysunku (w mm). W obliczeniach należy przyjąć elementy ferromagnetyczne: rdzeń i zwora jako idealny magnetyk (przenikalność magnetyczna dąży do nieskończoności) oraz pominąć strumienie rozproszenia.

## XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA



### Zadania 3 - rozwiązanie

Zgodnie z warunkami zadania możemy pominąć reluktancje magnetyczne rdzenia i zwory elektromagnesu oraz przyjąć, że cała energia pola magnetycznego skupiona jest w szczelinach powietrznych. Jeśli zastosujemy prawo Ampera dla jednego z ramion elektromagnesu, to otrzymamy zależność:

$$H_1 \delta + H_2 \delta = zI$$

Gdzie:  $H_1$  – natężenie pola magnetycznego w lewej kolumnie elektromagnesu,  $H_2$  – w kolumnie środkowej.

Ze względu na symetrię konstrukcji strumień magnetyczny wytworzony przez uzwojenie w kolumnie środkowej rozplynie się po połowie na kolumny boczne. A zatem:

$$\phi_2 = \phi_1 + \phi_3 = 2\phi_1$$

przy  $\phi = B \cdot S = \mu_0 H \cdot S$  otrzymamy:

$$H_2 = 2H_1 \frac{S_1}{S_2}$$

gdzie:  $S_1 = b \cdot c$ ,  $S_2 = a \cdot c$ .

Podstawiając powyższą relację do pierwszego równania uzyskujemy:

$$H_1 = \frac{zI}{\delta \left(1 + \frac{2b}{a}\right)} = \frac{zIa}{\delta(a + 2b)}$$

## XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA

$$H_2 = \frac{2zIb}{\delta(a+2b)}$$

Indukcja magnetyczna w poszczególnych kolumnach będzie taka sama jak w odpowiednich szczelinach powietrznych, a zatem:

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 z I a}{\delta(a+2b)} = 12,9 \text{ mT}$$

$$B_2 = \frac{2\mu_0 z I b}{\delta(a+2b)} = 15,5 \text{ mT}$$

W celu wyznaczenia indukcyjności własnej stosujemy wzór na energię zgromadzoną w polu magnetycznym:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i \mu_i H_i^2 V_i$$

gdzie:  $V_i$  – objętość i-tej części analizowanej przestrzeni.

W przypadku naszego zadania sprowadza się to tylko do sumowania energii zgromadzonej w szczelinach powietrznych. Z wykorzystaniem symetrii konstrukcji otrzymamy:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 H_2^2 a c \delta + \mu_0 H_1^2 b c \delta$$

Po podstawieniu wyrażeń pozwalających wyznaczyć wartości natężenia pola magnetycznego w szczelinach mamy:

$$W = \frac{\mu_0 a b c z^2 I^2}{\delta(a+2b)}$$

Indukcyjność własną elektromagnesu wyznaczymy z zależności:

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

Po przekształceniu i podstawieniu danych liczbowych mamy:

$$L = \frac{2\mu_0 a b c z^2}{\delta(a+2b)} = 2,32 \text{ mH}$$

Indukcyjność własną możemy wyznaczyć również wychodząc ze wzoru definicyjnego:

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{z\phi}{I}$$

W przypadku naszego zadania otrzymamy:

$$L = \frac{z\phi_2}{I} = \frac{zB_2 S_2}{I} = \frac{2\mu_0 a b c z^2}{\delta(a+2b)} = 2,32 \text{ mH}$$

## **XLVII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ ZAWODY II STOPNIA**

Zadanie można też rozwiązać wykorzystując analogię obwodu elektrycznego i obwodu magnetycznego. Wówczas należy zaproponować odpowiedni schemat obwodowy oraz wyznaczyć wartości reluktancji magnetycznych (odpowiedniki rezystancji) i przepływu magnetycznego (odpowiednik źródła napięcia).

Komentarz:

Wyprowadzając wzór na energię zgromadzoną w szczelinach powietrznych (w tym przypadku w całym obiekcie) możemy także łatwo wyznaczyć siłę przyciągania zwory elektromagnesu (należy wyliczyć pochodną względem długości szczeliny, ze znakiem -):

$$F = \frac{\mu_0 abc z^2 I^2}{\delta^2 (a + 2b)} = 0,58 \text{ N}$$