XL OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody III stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy mechaniczno-budowlanej

Rozwiązanie zadania 1

Ad.1) Moc teoretyczna napędu stopnia I

$$N_{t1} = \frac{z}{z-1}\,\dot{m}\,R\,T_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] = \frac{z}{z-1}\,p_1\,\dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] \qquad (1)$$

Moc teoretyczna napędu stopnia II

$$N_{t2} = \frac{z}{z-1}\,\dot{m}\,R\,T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_m}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] = \frac{z}{z-1}\,p_m\,\dot{V}_2 \left[\left(\frac{p_2}{p_m}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] \qquad (2)$$

Ponieważ $N_{t1} = N_{t2}$ z porównania pierwszych części wzorów (1) i (2) wynika:

$$\left(\frac{p_m}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} = \left(\frac{p_2}{p_m}\right)^{\frac{z-1}{z}},$$

a stąd jak poprzednio

$$p_m = \sqrt{p_1\,p_2} = \sqrt{1 \cdot 36} = 6\ \text{bar}.$$

Moc sprężarki wyznaczamy wykorzystując drugą część wzoru (2):

$$N_{t1} = \frac{z}{z-1}\,p_1\,\dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_m}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] =$$

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

$$= \frac{1,2}{1,2-1} \cdot 10^5 \cdot \frac{60}{3600} \cdot \left[\left(\frac{6}{1}\right)^{\frac{1,2-1}{1,2}} - 1 \right] = 3480,1\ \mathrm{W} = 3,5\ \mathrm{kW}.$$

$$N_t = 2\, N_{t1} = 2 \cdot 3,5 = 7\ \mathrm{kW}.$$

Ad.2) Ciepło wydzielające się podczas sprężania politropowego:

$$Q_1 = m\, c\, \left(T_2 - T_1\right)\ . \tag{3}$$

$$c = \frac{z-k}{z-1}\, c_v = \frac{z-k}{z-1}\, \frac{R}{k-1} \quad \text{– ciepło właściwe politropy.} \tag{4}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_m}{p}\right)^{\frac{z-1}{z}} \quad \text{– równanie przemiany politropowej (dla pierwszego stopnia).} \tag{5}$$

Z równań (3) do (5) zmieniając znak wyrażenia (w maszynach roboczych wydzielające się ciepło przyjmuje się za dodatnie) otrzymujemy :

$$Q_1 = \frac{k-z}{z-1}\, \frac{m\, R\, T_1}{k-1} \left[\left(\frac{p_m}{p}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1 \right] = \frac{k-z}{(k-1)\ z}\, N_{t1} \tag{6}$$

$$Q_1 = \frac{1,4-1,2}{(1,4-1)\cdot 1,2} \cdot 3,5 = 1,46\ \mathrm{kW},$$

Strumień masowy wody I stopień:

$$m_{w1} = \frac{Q_1}{c_w\, \Delta\, t_w} = \frac{1,46}{4,19 \cdot 30} = 0,012\ \mathrm{kg/s}.$$

Strumień masowy wody II stopień:

Ponieważ moc II stopnia jest równa mocy stopnia I, równe są więc wydzielające się ciepła, stąd :

$$m_{w2} = m_{w1} = 0,012\ \mathrm{kg/s}.$$

Chłodnica międzystopniowa

Do chłodnicy wpływa powietrze o temperaturze T_2 (po politropowym sprężeniu w stopniu I) i schładzane jest do temperatury T_1:

$$T_1 = t_1 + 273 = 10 + 273 = 283 \text{ K}.$$

Po pierwszym stopniu temperatura sprężonego powietrza zgodnie ze wzorem (5) wynosi:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_m}{p}\right)^{\frac{z-1}{z}} ,$$

ciepło odbierane powietrzu w chłodnicy międzystopniowej (chłodzenie izobaryczne):

$$\begin{aligned} Q_{ch} &= m\, c_p \left(T_2 - T_1\right) = m \frac{k}{k-1} R\, T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \\ &= \frac{k}{k-1} p_1 \dot{V}_1 \left[\left(\frac{p_m}{p}\right)^{\frac{z-1}{z}} - 1\right] = \frac{z-1}{z} \frac{k}{k-1} N_{t1} . \end{aligned} \tag{7}$$

wykorzystano przy przekształceniach relacje:

$$c_p = \frac{k}{k-1} R ,$$

$$Q_{ch} = \frac{1,2-1}{1,2} \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 3,5 = 2,04 \text{ kW}.$$

Strumień masowy wody w chłodnicy międzystopniowej:

$$m_{wch} = \frac{Q_{ch}}{c_w \Delta t_w} = \frac{2,04}{4,19 \cdot 30} = 0,016 \text{ kg/s}.$$

Ad.3) Średnica cylindra I stopnia:

$$\dot{V}_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} s\, n , \tag{8}$$

$$D_1 = \sqrt{\frac{4\,\dot{V}_1}{\pi\,s\,n}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{60}{3600}}{\pi \cdot 0,2 \cdot \frac{300}{60}}} = 0,146 \text{ m.}$$

Średnica cylindra II stopnia:

$$\dot{V}_2 = \frac{\pi\,D_2^2}{4}\,s\,n\,.$$

Ponieważ temperatura powietrza przed II stopniem jest taka sama jak przed I stopniem:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1\,\frac{p_1}{p_m}\,.$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4\,\dot{V}_2}{\pi\,s\,n}} = \sqrt{\frac{4\,\dot{V}_1\,\frac{p_1}{p_m}}{\pi\,s\,n}} = D_1\,\sqrt{\frac{p_1}{p_m}} = 0,146 \cdot \sqrt{\frac{1}{6}} = 0,06 \text{ m.}$$

Uwaga: w rozwiązaniu wszystkie obliczane ciepła wyrażono w funkcji mocy teoretycznej. Nie jest to oczywiście konieczne do poprawnego rozwiązania zadania.

Rozwiązanie zadania 2

Wyznaczenie obciążenia g i P:

$$g = \gamma\,c\,d = 25 \cdot 3,0 \cdot 0,10 = 7,5\,\text{kN/m}. \tag{1}$$

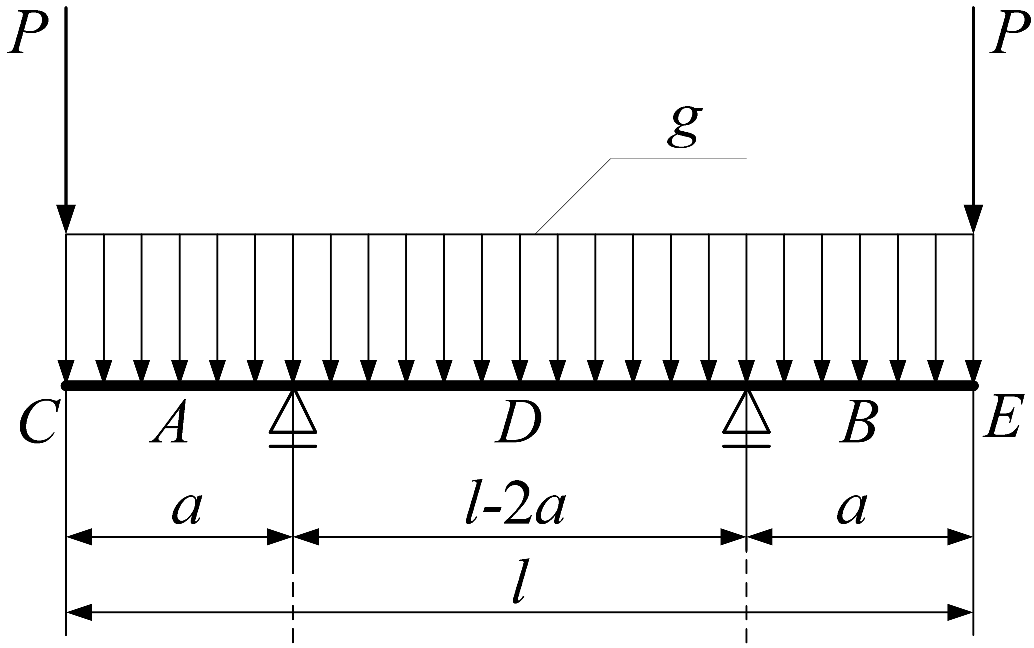
$$P = \gamma\,c\,d\,h = 25 \cdot 3,0 \cdot 0,10 \cdot 1,5 = 11,25\,\text{kN}. \tag{2}$$

Z rys.2 i warunków zadania wynika, że $\left|M_A\right| = \left|M_D\right|$. Mamy zatem:

$$M_A = \frac{1}{2}\,g\,a^2 + P\,a\,, \tag{3}$$

$$M_D = R_A\,\frac{1}{2}\,(l - 2\,a) - \frac{1}{8}\,g\,l^2 - P\,\left[a + \frac{1}{2}\,(l - 2\,a)\right]\,, \tag{4}$$

$$R_A = P + \frac{1}{2}\,g\,l\,. \tag{5}$$



Rys.2. Analizowany schemat statyczny

Przyrównując (3) i (4) i wstawiając (5), po przekształceniach otrzymujemy równanie kwadratowe w postaci:

$$4\,g\,a^2 + 4\,g\,l\,a + 16\,P\,a - g\,l^2 = 0\,. \tag{6}$$

Po wstawieniu danych liczbowych, otrzymujemy:

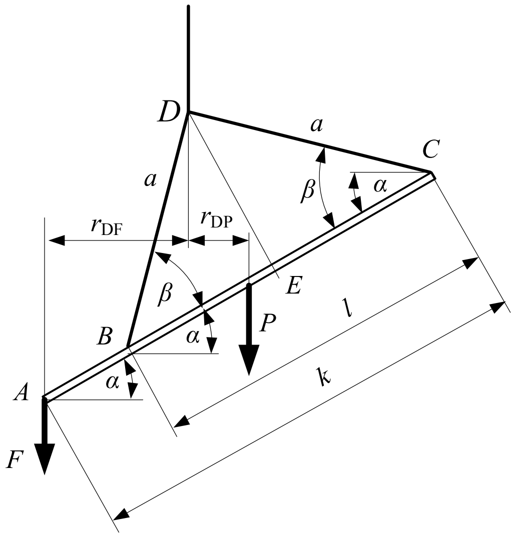
$$4 \cdot 7,5 \cdot a^2 + 4 \cdot 7,5 \cdot 6 \cdot a + 16 \cdot 11,25 \cdot a - 7,5 \cdot 6^2 = 0\,. \tag{7}$$

$$3 \cdot a^2 + 36 \cdot a - 27 = 0\,. \tag{8}$$

Po rozwiązaniu równania (8), otrzymujemy:

$$a = 0,708\ \mathrm{m}$$

Rozwiązanie zadania 3



Wprowadzamy pomocniczy kąt β:

$$\cos\ \beta = \frac{BE}{BD} = \frac{l}{2\,a}\ .$$

Kąt α można wyznaczyć z równania momentów względem punktu D:

$$\sum M_D = 0\ ,$$

$$P\, r_{DP} - F\, r_{DF} = 0\ ,$$

$$r_{DP} = \left(l - \frac{k}{2}\right)\ \cos\ \alpha - a\ \cos(\alpha + \beta)\ ,$$

$$r_{DF} = (k - l)\ \cos\ \alpha + a\ \cos(\alpha + \beta) - (P+F)\, a\ \cos(\alpha + \beta) + \left[P\ \left(l - \frac{k}{2}\right) - F\ (k - l)\right]\ \cos\ \alpha = 0.$$

$$-(P+F)\ a\ \cos\ \alpha\ \cos\ \beta + (P+F)\ a\ \sin\ \alpha\ \sin\ \beta + \left[P\ \left(l - \frac{k}{2}\right) - F\ (k-l)\right]\ \cos\ \alpha = 0\ ,$$

$$-(P+F)\ a\ \cos\ \beta + (P+F)\ a\ \mathrm{tg}\ \alpha\ \sin\ \beta + \left[P\ \left(l - \frac{k}{2}\right) - F\ (k-l)\right] = 0\ ,$$

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{-(P+F)\,a\,\cos\beta - P\,l + P\,\dfrac{k}{2} + F\,k - F\,l}{(P+F)\,a\,\sin\beta}\,,$$

ponieważ $a\,\cos\beta = \dfrac{l}{2}$

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{P\,\dfrac{k-l}{2} + F\left(k - \dfrac{l}{2}\right)}{(P+F)\,a\,\sin\beta}\,.$$

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{a^2 - \left(\dfrac{l}{2}\right)^2}}{a} = \frac{\sqrt{3^2 - \left(\dfrac{5}{2}\right)^2}}{3} = 0,5528 \quad \Rightarrow \quad \beta = 33,56^\circ$$

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{2000\cdot\dfrac{6-5}{2} + 700\cdot\left(6 - \dfrac{5}{2}\right)}{(2000+700)\cdot 3\cdot 0,5528} = 0,7705 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 37,61^\circ\,.$$

Reakcje w sznurach: B-D $\rightarrow$ N_a; C-D N_b (założony kierunek sił do punktu D)

$$\sum N_{ix} = 0 \qquad N_a\,\cos(\beta+\alpha) - N_b\,\cos(\beta-\alpha) = 0\,, \tag{1}$$

$$\sum N_{iy} = 0 \qquad N_a\,\sin(\beta+\alpha) + N_b\,\sin(\beta-\alpha) - F - P = 0\,. \tag{2}$$

Z równania (1):

$$N_a = N_b\,\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos(\beta+\alpha)}\,,$$

do równania (2):

$$N_b\,\frac{\cos(\beta-\alpha)\,\sin(\beta+\alpha)}{\cos(\beta+\alpha)} + N_b\,\sin(\beta-\alpha) = P + F\,,$$

$$N_b\,\frac{\cos(\beta-\alpha)\,\sin(\beta+\alpha) + \sin(\beta-\alpha)\,\cos(\beta+\alpha)}{\cos(\beta+\alpha)} = P + F\,,$$

$$\cos(\beta-\alpha)\,\sin(\beta+\alpha) + \sin(\beta-\alpha)\,\cos(\beta+\alpha) = \sin\,2\beta\,,$$

$$N_b\,\frac{\sin\,2\beta}{\cos(\beta+\alpha)} = P + F\,,$$

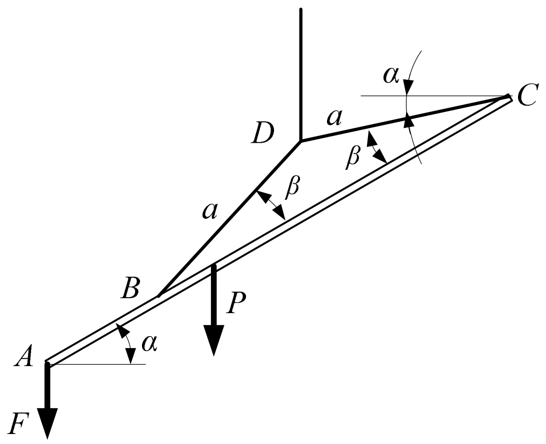
$$N_b = \frac{\cos(\beta+\alpha)}{\sin\,2\beta}\,(P+F)\,.$$

Z równania (1):

$$N_a = \frac{\cos\,(\beta - \alpha)}{\sin\ 2\,\beta}\,(P + F)\,,$$

$$N_a = \frac{\cos\,(33,56 - 37,61)}{\sin\ 2 \cdot\ 33,56} \cdot (2000 + 700) = 2923\ \mathrm{N},$$

$$N_b = \frac{\cos\,(33,56 + 37,61)}{\sin\ 2 \cdot\ 33,56} \cdot (2000 + 700) = 946\ \mathrm{N}.$$



Przykładowe rozwiązanie problemu technicznego

Ad.1) Energia możliwa do odzyskania w czasie zjazdu samochodu w dół kopalni (zmiana energii potencjalnej pomniejszona o pracę zużytą na pokonanie oporów toczenia):

$$E_{od} = \Big(M_0\, g\, \Delta\, h - M_0\, g\ \cos\ \alpha\, f\, L\Big)\ \eta_{od}\,,$$

gdzie: α – kąt nachylenia drogi, α = arcsin(0,08) = 0,08 rad; L – droga w dół kopalni, $L = \dfrac{\Delta\, h}{0,08} = 10,625$ km.

$$E_{od} = \Big(120 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 850 - 120 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,9968 \cdot 0,015 \cdot 10625\Big) \cdot 0,5 = 406,8\ \mathrm{MJ}.$$

Pojemność akumulatorów wyrażona w Wh (watogodziny):

$$E_{ak} = \frac{E_{od}}{\eta_{ak}\ 3600\ (\mathrm{J/Wh})} = \frac{406,8}{0,7 \cdot 3600} = 0,1614\ \mathrm{MWh}.$$

Zapotrzebowanie na akumulatory

$$M_{ak} = \frac{E_{ak}}{G_{ak}} = \frac{0,1614 \cdot 10^6}{80} = 2018 \text{ kg.}$$

Ten system odzysku energii wymaga użycia akumulatorów o masie ponad 2 ton, co stanowi ok. 1,7% masy własnej samochodu. W dalszych obliczeniach pominięto dodatkową masę akumulatorów (z jednej strony zwiększa ona ilość energii odzyskiwanej w czasie zjazdu samochodu w dół kopalni, ale zwiększa też zużycie paliwa przy wjeździe na górę).

Energia zmagazynowana w akumulatorach jest częściowo odzyskiwana w czasie wjazdu na górę (część wynikająca ze sprawności napędu elektrycznego). Powoduje to odpowiednie zmniejszenie zużycia paliwa (olej napędowy). Efektywnie wykorzystana energia elektryczna:

$$E_{e,ef} = E_{od}\,\eta_{el} = 406,8 \cdot 0,8 = 325,4 \text{ MJ.}$$

Odpowiadająca tej energii ilość paliwa (na jeden kurs)

$$m_{pal} = \frac{E_{e,ef}}{\eta_d W_u} = \frac{325,4}{0,3 \cdot 42} = 25,8 \text{ kg.}$$

Nakłady związane z instalacją akumulatorów:

$$K_{ak} = E_{ak}\,k_{ak} = 0,1614 \cdot 10^3 \cdot 300 = 48,4 \text{ tys USD.}$$

Oszczędności związane ze zmniejszeniem zużycia paliwa (na jeden kurs)

$$\Delta K_{pal} = \frac{m_{pal}}{\rho_{pal}}\,k_{pal} = \frac{25,8}{0,84} \cdot 1 = 30,75 \text{ USD.}$$

Liczba dni roboczych, po których nastąpi zwrot inwestycji (bez uwzględnienia kosztów obsługi bieżącej):

$$N = \frac{K_{ak}}{0,25}\,\frac{1}{n_d\,\Delta K_{pal}} = \frac{48400}{0,25}\,\frac{1}{5 \cdot 30,75} = 1260 \text{ dni.}$$

Zwiększenie zużycia paliwa związane ze zwiększoną masą pojazdu (masa akumulatorów). Praca związana ze zmianą energii potencjalnej i zwiększonymi oporami toczenia przy wjeździe na górę:

$$\begin{aligned}\Delta P &= M_{ak}\,g\,\Delta h + M_{ak}\,g\,\cos\alpha\,f\,L\,,\\ \Delta P &= 2018 \cdot 9,81 \cdot 850 + 2018 \cdot 9,81 \cdot 0,9968 \cdot 0,015 \cdot 10625 = 19,97 \text{ MJ.}\end{aligned}$$

Paliwo potrzebne na wykonanie dodatkowej pracy:

$$\Delta\, m_{pal} = \frac{\Delta\, P}{\eta_d\, W_u} = \frac{19,97}{0,30 \cdot 42} = 1,58\ \mathrm{kg}.$$

Zwiększenie masy pojazdu o masę akumulatorów powoduje zwiększenie zużycia paliwa w silnikach spalinowych (silnik diesla lub turbina gazowa) o 1,58 kg, co stanowi ok. 6% oszczędności paliwa wynikającej z odzysku energii hamowania. Okres zwrotu nakładów zwiększy się odpowiednio.

Ad.2)(Przykładowe metody)

Energię hamowania można gromadzić w postaci energii kinetycznej wirującej masy, tzw. *Flywheels*. Ta technologia jest stosowana w bolidach Formuły 1 – system KERS, *Kinetic Energy Recovery System*

Inną metodą jest gromadzenie energii w postaci sprężonego powietrza. Energia może być odzyskiwana w turbinie gazowej.

Punktacja:
Ad 1): 30 pkt,
Ad 2): 10 pkt.