XLIII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy elektryczno-elektronicznej

Rozwiązanie zadania 1

ad a) Z warunków pierwszego testu wynika, że dioda półprzewodnikowego przyrządu mocy jest spolaryzowana w kierunku zaworowym (nie przewodzi), a tranzystor MOSFET jest załączony i przewodzi prąd drenu I_D, a zatem:

$$I = I_D = 20\ \mathrm{A} \quad ; \quad U_{12} = U_{DS} = 2\ \mathrm{V}. \tag{1}$$

Ponieważ w stanie załączenia tranzystor unipolarny jest rezystorem to zakładając, że w tym stanie charakterystyka prądowo – napięciowa $I_D = f\left(U_{DS}\right)$ jest liniowa (rys.1a) dynamiczną rezystancję dren – źródło r_{DS} można obliczyć z zależności:

$$r_{DS(ON)} = R_{DS(ON)} = \frac{U_{DS}}{I_D} = \frac{2}{20} = 0,1\ \Omega = 100\ \mathrm{m}\Omega\,. \tag{2}$$

Rys.1. Liniowe aproksymacje charakterystyk
a) tranzystora MOSFET w stanie załączenia, b) diody półprzewodnikowej

---

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

ad b) Z warunków drugiego testu wynika, że dioda półprzewodnikowego przyrządu mocy jest spolaryzowana w kierunku przewodzenia (rys.1b) i przewodzi prąd I_F, a tranzystor MOSFET jest wyłączony, a zatem:

$$I = -I_F \quad ; \quad U_{12} = -U_F \,. \tag{3}$$

W stanie przewodzenia zależność $I_F = f\left(U_F\right)$ można opisać zależnością:

$$I_F = a\,U_F + b\,. \tag{4}$$

Z pomiarów wynika, że znane są dwa punkty tej charakterystyki:

$$I_{F1} = -I_1 = 10\ \mathrm{A}, \quad U_{F1} = -U_{12-1} = 1,5\ \mathrm{V}$$

oraz

$$I_{F2} = -I_2 = 20\ \mathrm{A}, \quad U_{F2} = -U_{12-2} = 2\ \mathrm{V},$$

a zatem:

$$\begin{cases} I_{F1} = a\,U_{F1} + b, & 10 = 1,5\,a + b \\ I_{F2} = a\,U_{F2} + b, & 20 = 2\,a + b \end{cases} \tag{5}$$

Po rozwiązaniu układu równań (5) $a = 20\ \mathrm{S}, b = -20\ \mathrm{A}$.

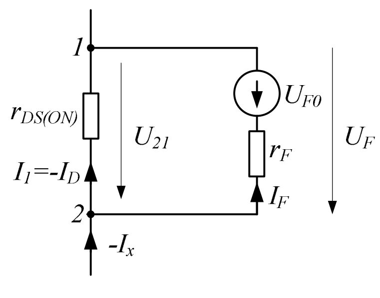
Współczynnik a to dynamiczna konduktancja g_F diody, a zatem rezystancja dynamiczna r_F jest równa:

$$r_F = \frac{1}{g_F} = \frac{1}{a} = \frac{1}{20} = 0,05\ \Omega = 50\ \mathrm{m}\Omega\,. \tag{6}$$

Napięcie progowe diody $U_F = U_{F0}$ można obliczyć przyjmując w równaniu (4) $I_F = 0$.

$$0 = 20\,U_{F0} - 20 \quad \longrightarrow \quad U_{F0} = 1\ \mathrm{V}. \tag{7}$$

ad c) Z warunków trzeciego testu wynika, że polaryzacja źródła zasilania umożliwia wytworzenie takiego spadku napięcia na diodzie, że znajdzie się ona na granicy stanu przewodzenia $\left(U_F = U_{F0},\ I_F = 0\right)$, a tranzystor MOSFET jest załączony i przewodzi prąd o wartości $I_1 = -I_D = -I_x$.



Rys.2. Schemat zastępczy półprzewodnikowego łącznika mocy dla warunków trzeciego testu

Korzystając z rys.2 można zatem napisać równanie:

$$I_1\, r_{DS(ON)} = U_{F0}\,. \tag{8}$$

Po przekształceniu:

$$I_D = -I_1 = -\frac{U_{F0}}{r_{DS(ON)}} = -\frac{1}{0,1} = -10 \text{ A}. \tag{9}$$

ad d) Z analizy rozwiązania uzyskanego w punkcie c) wynika, że gdy prąd źródła zasilania jest równy $I_x = -20$ A dioda jest na pewno w stanie przewodzenia, a prąd drenu I_D tranzystora jest równy $-I_1$.

Korzystając ponownie z rys. 2 można napisać:

$$\begin{aligned} I_1\, r_{DS(ON)} &= U_{F0} + I_F\, r_F\,, & (10)\\ I_1 + I_F &= -I_x\,. & (11) \end{aligned}$$

Podstawiając dane jest:

$$\begin{aligned} 0,1\, I_1 &= 1 + 0,05\, I_F\,, & (12)\\ I_1 + I_F &= 20\,. & (13) \end{aligned}$$

Rozwiązaniem tego układu równań jest:

$$I_1 = 13,3 \text{ A}. \tag{14}$$

Ponieważ $I_1 = -I_D$ a napięcie U_{21} na zaciskach PPM spełnia zależność: $U_{21} = -U_{DS}$ to korzystając z zależności (10) można wyznaczyć spadek napięcia U_{DS} tranzystora

$$U_{DS} = I_D\, r_{DS(ON)} = -I_1\, r_{DS(ON)} = -13,3 \cdot 0,1 = -1,33 \text{ V}. \tag{15}$$

Odpowieź: Rezystancja dynamiczna $r_{DS(ON)}$ tranzystora MOSFET w stanie załączenia jest równa 100mΩ. Napięcie progowe diody i rezystancja dynamiczna są odpowiednio równe: $U_{F0} =$ 1V, $r_F = 50$mΩ. Minimalna wartość prądu źródła zasilania I_x, przy którym w trakcie wykonywania trzeciego testu dioda wejdzie w stan przewodzenia jest równa -10 A, a spadek napięcia U_{DS} zmierzony podczas trzeciego testu, jeżeli prąd źródła zasilania jest równy -20 A jest równy około $-1,33$ V.

Rozwiązanie zadania 2

Znając maksymalną prędkość jazdy rowerem V_M i średnicę koła jezdnego roweru D_k prędkości obrotową koła rowerowego można obliczyć z zależności:

$$n_k = \frac{2\, V_M}{2\,\pi \cdot 3600\, D_k} = \frac{2 \cdot 25000}{2 \cdot 3600 \cdot 20 \cdot 25,4 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14} = 4,35\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{s}} = 261,2\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}}. \qquad (1)$$

Ponieważ małe koło przekładni łańcuchowej jest sprzężonego bezpośrednio z kołem jezdnym roweru ma ono taką samą prędkość obrotową. Znając średnice małego i dużego koła przekładni łańcuchowej można obliczyć prędkość obrotową dużego koła. Taką samą prędkość obrotową n_b ma silnik wolnoobrotowy sprzęgnięty bezpośrednio z układem pedałów.

$$n_b = n_d = \frac{D_m}{D_d}\, n_k = \frac{100}{200} \cdot 261,2 = 130,6\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}} \approx 131\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}}. \qquad (2)$$

Ponieważ silnik szybkoobrotowy jest sprzęgnięty z układem pedałów przez przekładnię planetarną jego prędkość obrotową można wyznaczyć z zależności:

$$n_a = n_d\,\frac{D_1}{D_3} = 130,6\,\frac{200}{30} = 870,7\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}} \approx 871\,\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}}. \qquad (3)$$

Z rys.3 wynika, że średnica D_2 koła pośredniczącego $K2$ w przekładni planetarnej jest równa:

$$D_2 = \frac{D_1 - D_3}{2} = \frac{200 - 30}{2} = 85\,\mathrm{mm}. \qquad (4)$$

Maksymalna moc strat w uzwojeniu silnika P_{Cu} jest równa:

$$P_{Cu} = I_N^2\, R = (8,5)^2 \cdot 0,5 \approx 36,1\ \mathrm{W}. \qquad (5)$$

Moc strat w rdzeniu P_{Fe} jest równa:

$$P_{Fe} = 0,5\, P_{Cu} = 0,5 \cdot 36,125 \approx 18,1\ \mathrm{W}. \qquad (6)$$

Całkowita moc strat w każdym silniku P_S jest równa:

$$P_S = P_{Cu} + P_{Fe} + P_m = 36,1 + 18,1 + 5 = 59,2\ \mathrm{W}. \qquad (7)$$

Sprawność silników można zatem obliczyć z zależności:

$$\eta_s = \frac{P_N}{P_N + P_S} = \frac{250}{250 + 59,2} \approx 0,81 \, . \tag{8}$$

Sprawność układu napędowego z silnikiem szybkoobrotowym η_a i wolnoobrotowym η_b jest zatem odpowiednio równa:

$$\eta_a = \eta_s \, \eta_e \, \eta_p = 0,81 \cdot 0,97 \cdot 0,95 \approx 0,75 \tag{9}$$

$$\eta_b = \eta_s \, \eta_e = 0,81 \cdot 0,97 \approx 0,79 \tag{10}$$

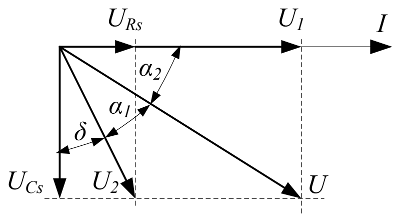
Odpowiedź: Prędkość obrotowa silnika wolnoobrotowy sprzęgniętego bezpośrednio z układem pedałów jest równa około 131 $\frac{\text{obr}}{\text{min}}$, a silnik szybkoobrotowego, który jest sprzęgnięty z układem pedałów przez przekładnię planetarną około 871 $\frac{\text{obr}}{\text{min}}$. Średnica D_2 koła pośredniczącego $K2$ w przekładni planetarnej jest równa 85 mm, sprawności silników 81%, a sprawności napędów: z silnikiem wolnoobrotowym 79% i z silnikiem szybkoobrotowym 75%.

Rozwiązanie zadania 3

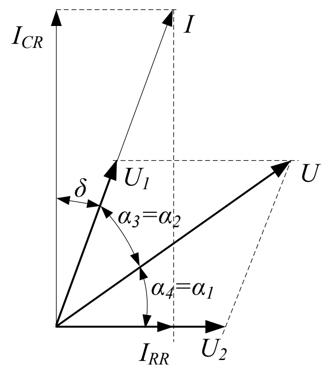
Rys.1. Schemat obwodu pomiarowego uwzględniający, a) szeregowy schemat zastępczy, b) równoległy schemat zastępczy kondensatora

Uwzględniając szeregowy i równoległy schemat zastępczy kondensatora C_x układ pomiarowy ma postać jak na rys.1. Wykresy wskazowe dla tych obwodów przedstawiono na rys.2.

a)



b)



Rys.2. Wykresy wskazowe obwodów pomiarowych dla, a) szeregowego schematu zastępczego, b) równoległego schematu zastępczego kondensatora

Z rys.2a. wynika, że

$$\left(U_{Rs} + U_1\right)^2 + U_{Cs}^2 = U^2 , \tag{1}$$

$$U_{Rs}^2 + U_{Cs}^2 = U_2^2 . \tag{2}$$

Po odjęciu stronami równań (1) i (2) jest:

$$U_{Rs}^2 + 2\,U_{Rs}\,U_1 + U_1^2 - U_{Rs}^2 = U^2 - U_2^2 . \tag{3}$$

Zatem napięcie na zastępczej rezystancji R_s można obliczyć z zależności

$$U_{Rs} = \frac{U^2 - U_2^2 - U_1^2}{2\,U_1} = \frac{230^2 - 221^2 - 62^2}{2 \cdot 62} = 1,734 \text{ V}. \tag{4}$$

Napięcie na zastępczej pojemności C_s jest równe:

$$U_{Cs} = \sqrt{U_2^2 - U_{Rs}^2} = \sqrt{221^2 - 21,1196^2} = 220,99 \text{ V}. \tag{5}$$

Tangens kąta stratności tg δ tego kondensatora jest równy:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{U_{Rs}}{U_{Cs}} = \frac{I_{RR}}{I_{CR}} = \frac{1,734}{220,99} = 0,00785 . \tag{6}$$

Prąd w obwodzie można obliczyć z prawa Ohma:

$$I = \frac{U_1}{R} = \frac{62}{20} = 3,1 \text{ A}. \tag{7}$$

Zatem zastępcza rezystancja R_s jest równa:

$$R_s = \frac{U_{Rs}}{I} = \frac{1,734}{3,1} = 559,3 \text{ m}\Omega\,. \tag{8}$$

Reaktancja zastępczej pojemności jest równa:

$$X_{Cs} = \frac{U_{Cs}}{I}\,. \tag{9}$$

Pojemność C_s kondensatora w szeregowym schemacie zastępczym można obliczyć z zależności:

$$C_s = \frac{1}{\omega X_{Cs}} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot U_{Cs}} = \frac{3,1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 220,99} = 44,7\ \mu\text{F}\,. \tag{10}$$

Do obliczenia rezystancji dielektryka zastosowanego w kondensatorze można wykorzystać równoległy schemat zastępczy (rys.1b) i odpowiadający mu wykres wskazowy (rys.2b). Wartość prądu I_{RR} można obliczyć ze wzoru:

$$I_{RR} = I \sin \delta = 3,1 \cdot 0,00785 = 27,125 \text{ mA}. \tag{11}$$

Korzystając z prawa Ohma rezystancja dielektryka zastosowanego w kondensatorze jest równa:

$$R_R = \frac{U_2}{I_{RR}} = \frac{221}{27,125 \cdot 10^{-3}} = 8,1 \text{ k}\Omega\,. \tag{12}$$

Odpowiedź: Parametry szeregowego schematu zastępczego kondensatora $R_s \approx 560$ mΩ, $C_s \approx 45\ \mu$F. Tangens kąta stratności tg $\delta = 0,00785$ i rezystancja dielektryka $R_R \approx 8$ kΩ.

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

Oznaczenia:

liczba sztuk artykułu w partii – P;

roczna liczba partii – $\frac{Z}{P}$;

całkowity, łączny koszt wznawiania produkcji kolejnych partii $F_2 = \frac{Z}{P} \cdot k_2$.

Koszty magazynowania:
W okresie magazynowania jednej partii średnia liczba magazynowanych sztuk wynosi $\frac{P}{2}$.
Czas magazynowania jednej partii w miesiącach wynosi

$$\frac{12}{\frac{Z}{P}} = \frac{12 \cdot P}{Z} .$$

Łączny koszt magazynowania

$$F_1 = \frac{P}{2} \cdot \frac{12 \cdot P}{Z} \cdot \frac{Z}{P} \cdot k_1 = \frac{12 \cdot P}{2} \cdot k_1 .$$

Całkowity koszt produkcji

$$F = F_1 + F_2 + K = \frac{12 \cdot P}{2} \cdot k_1 + \frac{Z}{P} \cdot k_2 + K . \qquad (1)$$

Minimum powyższej funkcji (1) znajdujemy poprzez obliczenie pochodnej względem P i przyrównanie jej do zera:

$$\frac{dF}{dP} = 6 \cdot k_1 - \frac{Z}{P^2} \cdot k_2 = 0 .$$

$$P = \sqrt{\frac{Z \cdot k_2}{6 \cdot k_1}} = \sqrt{\frac{60000 \cdot 1800}{6 \cdot 2}} = 3000 \text{ szt.}$$

Odpowiedź: 3000 sztuk w jednej partii zapewniają najniższy łączny koszt produkcji i magazynowania rozpatrywanego artykułu.

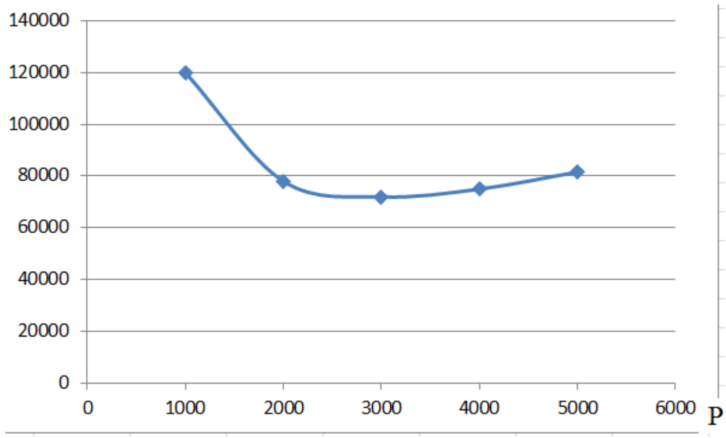
Metoda wykreślna

Wykorzystując część równania (1) wykonujemy jego wykres

$$F' = \frac{12 \cdot P}{2} \cdot k_1 + \frac{Z}{P} \cdot k_2 \, ,$$

$$F' = 12 \cdot P + \frac{108 \cdot 10^6}{P} \, .$$

P	F'
1000	120000
2000	78000
3000	72000
4000	75000
5000	81600



Funkcja osiąga minimum dla $P = 3000$ szt.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

Przykładowy program w języku FORTRAN dla $R = 10$ i $N = 10$

```
      Program olimp
      Real,Dimension(10)::X,Y
      Real,Dimension(10,10)::OD
      R=100
      call srand(2.6)
      do i=1,10
         Fi=rand(0.0)* 6.28
         X(i)=R*cos(Fi)
         Y(i)=R*sin(Fi)
      end do
      odmax=0
      do i=1,9
         do j=i+1,10
            OD(i,j)=sqrt((X(i)-X(j))**2+(Y(i)-Y(j))**2)
            if (OD(i,j).GT.odmax) then
               odmax=OD(i,j)
               ik=i
               jk=j
            end if
         end do
      end do
   99 Format (1x,10F7.2)
      Write(*,*)
      do i=1,10
         Write(*,99)(OD(i,j),j=1,10)
      end do
      Write(*,*)
      Write(*,*)
      Write(*,*) ik,jk,odmax
      Write(*,*)
      Write(*,*)
      Write(*,*) X(ik),Y(ik)
      Write(*,*) X(jk),Y(jk)
      end
```