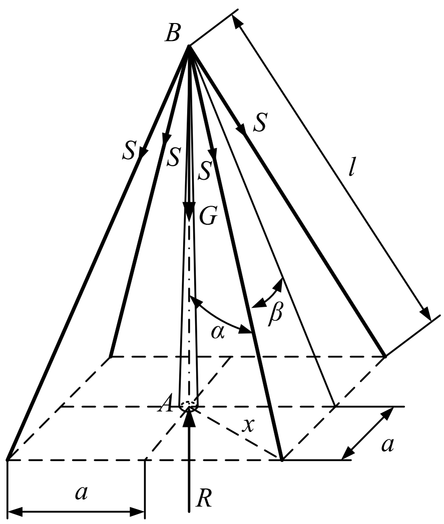
XLIV OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody I stopnia

Rozwiązania zadań

Rozwiązanie zadania 16



Rys.1

Reakcja podłoża, ciężar masztu i składowe pionowe sił odciągających muszą spełniać zależność:

$$R - (G + 4\,S\ \cos\alpha) = 0\,. \tag{1}$$

Stąd

$$R = G + 4\,S\ \cos\alpha = 0\,, \tag{2}$$

gdzie

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\ \alpha}\,. \tag{3}$$

Ponieważ

$$\sin\alpha = \frac{x}{l}, \tag{4}$$

Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

$$x = a\sqrt{2} \quad \text{oraz} \quad l = \frac{a}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2\,a\,, \tag{5}$$

zatem

$$\sin\alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2\,a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{i} \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\,, \tag{6}$$

$$R = G + 4\,S\,\cos\alpha = 2000 + 4\cdot 1000\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 4828\ \mathrm{N}. \tag{7}$$

Odpowiedź: Reakcja podłoża $R = 4828$ N.

Rozwiązanie zadania 17

$$M_{gmax} = \frac{q\,l^2}{8} = \frac{240\cdot 2,4^2}{8} = 172,8\ \mathrm{kNm} = 172800\ \mathrm{Nm}. \tag{1}$$

Wskaźnik przekroju jednego bala jest równy:

$$w_1 = \frac{a^3}{6} = \frac{0,2^3}{6} = 0,0013\ \mathrm{m}^3\,. \tag{2}$$

Dla dwóch bali umieszczonych obok siebie:

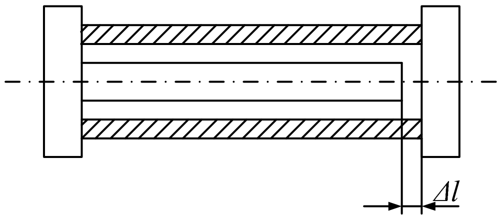
$$w = 2\,w_1 = 0,0026\ \mathrm{m}^3\,. \tag{3}$$

$$\sigma = \frac{M_{gmax}}{w} = \frac{172800}{0,0026} = 66461538\ \mathrm{Pa} \cong 66,5\ \mathrm{MPa}. \tag{4}$$

$$66,5\ \mathrm{MPa} < 87\ \mathrm{MPa}. \tag{5}$$

Odpowiedź: Wywołane naprężenia są mniejsze od dopuszczalnych.

Rozwiązanie zadania 18



Rys.1

Po podgrzaniu stalowy walec wydłuży się o:

$$\triangle l_w = \alpha_{stali} \triangle t\, l, \tag{1}$$

tulejka wydłuży się o:

$$\triangle l_t = \alpha_{Cu} \triangle t\, l. \tag{2}$$

Ponieważ $\alpha_{Cu} > \alpha_{stali}$ to $\triangle l_t > \triangle l_w$ różnica wydłużeń jest równa:

$$\triangle l = \triangle l_t - \triangle l_w\,. \tag{3}$$

Zakładając, że siły działające w tulejce i walcu są odpowiednio równe F_t i F_w można napisać:

$$F = F_t + F_w\,. \tag{4}$$

Jeżeli przekrój walca jest równy

$$S_w = \frac{\pi\, d_w^2}{4}\,,$$

przekrój tulejki

$$S_t = \frac{\pi \left(d_{tz}^2 - d_{tw}^2\right)}{4}\,,$$

równanie odkształceń ma postać:

$$\frac{F_t\, l}{E_{Cu}\, S_t} = \frac{F_w\, l}{E_{stali}\, S_w} + \triangle l\,, \tag{5}$$

$$\frac{F_t\, l}{E_{Cu}\, S_t} = \frac{F_w\, l}{E_{stali}\, S_w} + \alpha_{Cu} \triangle t\, l - \alpha_{stali} \triangle t\, l\,. \tag{6}$$

Rozwiązując układ równań (4), (6) można wyznaczyć wartości sił F_t i F_w:

$$F_t = \frac{F + \left(\alpha_{Cu} - \alpha_{stali}\right) \triangle t \, E_{stali} \, S_w}{E_{stali} \, S_w + E_{Cu} \, S_t} \, E_{Cu} \, S_t \, . \tag{7}$$

Po podstawieniu wartości $F_t = 18,5\,\mathrm{kN}$, $F_w = F - F_t = 21,5\,\mathrm{kN}$.

$$\sigma_{Cu} = \frac{F_t}{S_t} = 16,4 \cdot 10^6 \, \frac{,\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \, , \tag{8}$$

$$\sigma_{stali} = \frac{F_w}{S_w} = 11 \cdot 10^6 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \, . \tag{9}$$

Odpowiedź: Naprężenia w stalowym walcu są równe $11 \cdot 10^6 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$, a naprężenia w miedzianej tulejce $16,4 \cdot 10^6 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$.

Rozwiązanie zadania 19

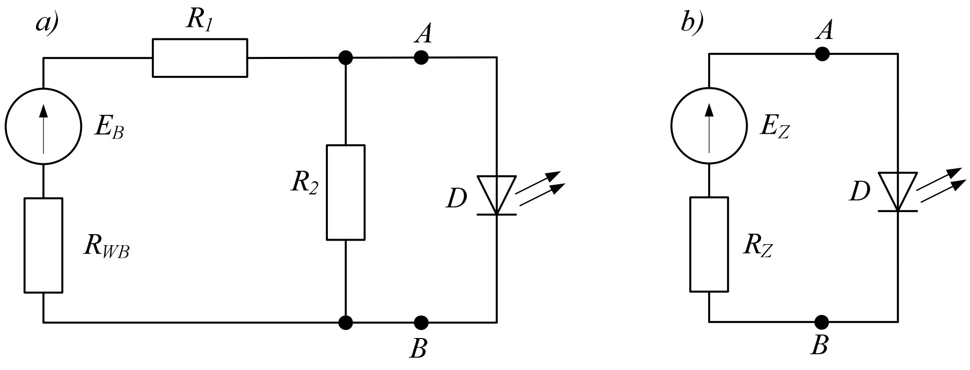
Dwie baterie LR03 (AAA) połączone szeregowo można zastąpić jednym źródłem napięcia o sile elektromotorycznej równej:

$$E_B = 2\,E = 2 \cdot 1,5 = 3\,\mathrm{V} \, , \tag{1}$$

i rezystancji wewnętrznej:

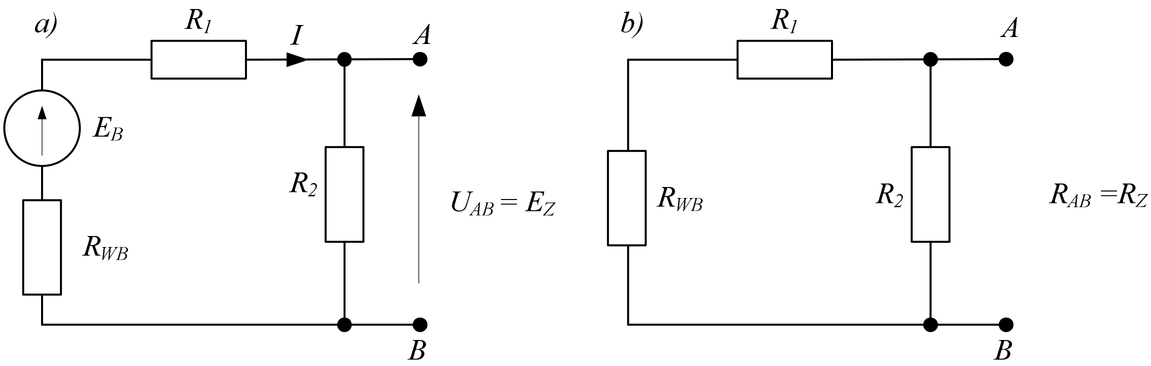
$$R_{WB} = 2\,R_W = 2 \cdot 1 = 2\,\Omega \, , \tag{2}$$

jak pokazano na rysunku 1a.



Rys.1

Korzystając z twierdzenia Thevenina układ z rysunku 1a można zastąpić równoważnym układem przedstawionym na rysunku 1b.



Rys.2

W układzie tym liniową część obwodu (na lewo od zacisków A, B) zastąpiono rzeczywistym źródłem napięcia o sile elektromotorycznej $E_Z = U_{AB}$, którego wartość można wyznaczyć na podstawie schematu przedstawionego na rysunku 2a

$$E_Z = U_{AB} = I\,R_2 = \frac{E_B\,R_2}{R_{WB} + R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 30}{2 + 18 + 30} = 1,8\ \mathrm{V}, \tag{3}$$

oraz rezystancji wewnętrznej R_Z, której wartość można wyznaczyć ze schematu przedstawionego na rysunku 2b

$$R_Z = \frac{\left(R_{WB} + R_1\right)\,R_2}{R_{WB} + R_1 + R_2} = \frac{(2 + 18) \cdot 30}{2 + 18 + 30} = 12\,\Omega\,. \tag{4}$$

Rysując w liniowym układzie współrzędnych $I = f(U)$ charakterystykę diody D i charakterystykę rzeczywistego źródła napięcia E_Z, R_Z (często nazywaną także prostą obciążenia – w tym wypadku diody) można wskazać punkt pracy diody Q. Jest to także punkt pracy rzeczywistego źródła napięcia. Punkt ten leży w miejscu przecięcia się obu w/w charakterystyk.

Ponieważ charakterystyka rzeczywistego źródła napięcia jest linią prostą to do jej wyznaczenia wystarczy znajomość dwóch należących do niej punktów. Najprościej jest obliczyć współrzędne punktów, w których charakterystyka przecięcia osie układu.

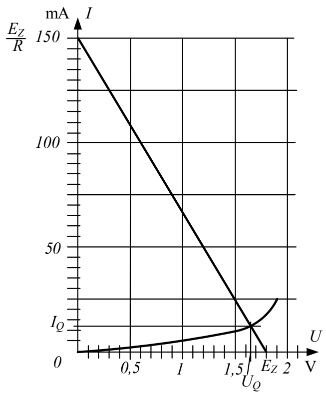
1. Punkt przecięcia z osią prądu oblicza się przy zwartych zaciskach A, B rzeczywistego źródła napięcia $\left(E_Z, R_Z\right)$:

$$U = 0, \quad I = \frac{E_Z}{R_Z} = \frac{1,8}{12} = 0,15\ \mathrm{A} = 150\,\mathrm{mA}\,, \tag{5}$$

2. Punkt przecięcia z osią napięcia oblicza się przy rozwartych zaciskach A, B rzeczywistego źródła napięcia $\left(E_Z, R_Z\right)$:

$$U = E_Z = 1,8\,\mathrm{V}, \quad I = 0\,. \tag{6}$$

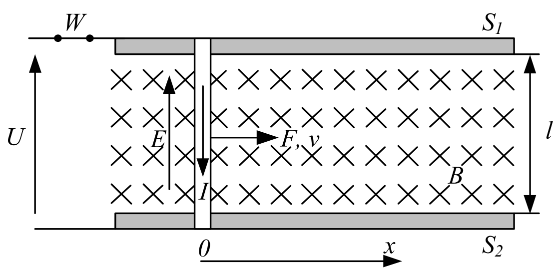
Z rysunku 3 można odczytać, że punkt pracy diody ma współrzędne $Q\left(U_Q, I_Q\right)$, gdzie $U_Q \approx 1,65\,\mathrm{V}$, $I_Q \approx 12\,\mathrm{mA}$.



Rys.3

Odpowiedź: Punkt pracy diody elektroluminescencyjnej ma współrzędne $U_Q \approx 1,65\,\mathrm{V}$, $I_Q \approx 12\,\mathrm{mA}$.

Rozwiązanie zadania 20



Rys.1

Silnik elektryczny jest maszyną elektryczną zamieniająca energię elektryczną na energię mechaniczną. Sprawność energetyczną takiej maszyny można obliczyć z zależności:

$$\eta = \frac{W_{mech}}{W_{elek}} \cdot 100\% = \frac{P_{mech}}{P_{elek}} \cdot 100\%\,. \tag{1}$$

Moc mechaniczna P_{mech} jest równa:

$$P_{mech} = \frac{W_{mech}}{t} = \frac{F\,x}{t} = F\,v\,. \tag{2}$$

Siła F działająca (rysunek 1) na będący w ruchu przewodnik o długości l, przez który płynie prąd o natężeniu I, umieszczony w polu jednorodnym magnetycznym o indukcji B (zjawisko indukcji magnetycznej, reguła lewej dłoni) jest równa:

$$F = B\,I\,l\,. \tag{3}$$

Uwzględniając napięcie E (zjawisko indukcji elektromagnetycznej, reguła prawej dłoni) indukowane w przewodniku o długości l poruszającym się z prędkością v, które jest równe:

$$E = B\,l\,v = 1,5 \cdot 0,75 \cdot 4 = 4,5\ \mathrm{V}\,, \tag{4}$$

prąd I można obliczyć ze wzoru:

$$I = \frac{U - E}{R_P} = \frac{6 - 4,5}{0,1} = 15\ \mathrm{A}\,. \tag{5}$$

Siła F jest zatem równa:

$$F = B\,I\,l = 1,5 \cdot 15 \cdot 0,75 = 16,875\ \mathrm{N}\,. \tag{6}$$

Zatem moc mechaniczna jest równa:

$$P_{mech} = F\,v = 16,875 \cdot 4 = 67,5\ \mathrm{W}\,. \tag{7}$$

Moc elektryczna jest równa:

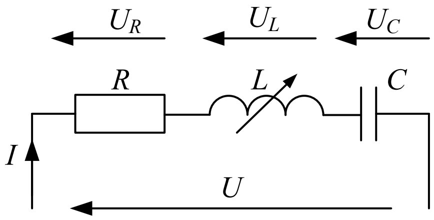
$$P_{elek} = U\,I = 6 \cdot 15 = 90\ \mathrm{W}\,. \tag{8}$$

Sprawność energetyczna tego silnika jest równa

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{elek}} \cdot 100\% = \frac{67,5}{90}\,100\% = 75\%\,. \tag{9}$$

Odpowiedź: Sprawność modelu elektrycznego silnika liniowego jest równa $\eta = 75\%$.

Rozwiązanie zadania 21



Rys.1

Kiedy obwód jest w rezonansie maksymalna wartość energii pola magnetycznego cewki jest równa:

$$W_{Lmax} = \frac{L \cdot I_{max}^2}{2} = \frac{L\,(\sqrt{2}\,I)^2}{2} = L\,I^2 = L\left(\frac{U}{R}\right)^2 , \tag{1}$$

gdzie I – skuteczna wartość prądu w obwodzie.

Po przekształceniu zależności (1) indukcyjność dławika L jest równa:

$$L = \frac{W_{Lmax}\,R^2}{U^2} = \frac{1,8 \cdot 20^2}{200^2} = 0,018\ \mathrm{H} = 18\ \mathrm{mH}\,. \tag{2}$$

Kiedy obwód jest w rezonansie maksymalna wartość energii pola elektrycznego kondensatora W_{Cmax} ma wartość taką samą jak maksymalna wartość energii pola magnetycznego cewki W_{Lmax}, $W_{Lmax} = W_{Cmax} = 1,8$ J i jest ona równa:

$$W_{Cmax} = \frac{C\,U_{Cmax}^2}{2} = \frac{C\left(\sqrt{2}\,U_C\right)^2}{2} = C\,U_C^2\,, \tag{3}$$

gdzie U_C – skuteczna wartość napięcia na kondensatorze.

Dobroć obwodu rezonansowego Q to:

$$Q = \frac{\omega_0\,L}{R} = \frac{1}{\omega_0\,C\,R} = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R}\,. \tag{4}$$

Zatem napięcie na kondensatorze:

$$U_C = Q\,U_R = Q\,I\,R = 3 \cdot 10 \cdot 20 = 600\ \mathrm{V}\,. \tag{5}$$

Z zależności (3) wynika, że kondensator ma pojemność równą:

$$C = \frac{W_{Cmax}}{U_C^2} = \frac{1,8}{600^2} = 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F} = 5\ \mu\mathrm{F}\,. \tag{6}$$

Zatem częstotliwość rezonansowa f_0 obwodu jest równa:

$$f_0 = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{18 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}} \approx 530\ \mathrm{Hz}\,. \tag{7}$$

Odpowiedź: Obwód drga z częstotliwością około 530 Hz.