XLV OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody I stopnia

Rozwiązania zadań

Rozwiązanie zadania 16

Nacisk na grunt można obliczyć z zależności:

$$F = w\,a\,p_{max}\,. \tag{1}$$

Stąd po przekształceniu i podstawieniu danych

$$a = \frac{F}{w\,p_{max}} = \frac{72 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,9\ \mathrm{m}\,. \tag{2}$$

Przekrój $C - D$ narażony jest na zginanie siłą P nacisku gruntu rozłożoną równomiernie na długości $\frac{1}{2}(a-s)$ równą:

$$P = \frac{1}{2}\,(a-s)\ w\,p_{max} = 0,5 \cdot (0,9 - 0,22) \cdot 0,4 \cdot 2 \cdot 10^5 = 27200\ \mathrm{N} = 27,2\ \mathrm{kN}. \tag{3}$$

Odpowiedź: $a = 0,9$ m, $P = 27,2$ kN.

Rozwiązanie zadania 17

Ponieważ beczka jest ze stali, to jak przyjmuje się dla materiałów jednorodnych jej współczynnik rozszerzalności objętościowej jest równy w przybliżeniu:

$$\beta_{st} = 3\,\alpha_{st} = 3 \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} = 34,5 \cdot 10^{-6}\,. \tag{1}$$

Zatem beczka zwiększy objętość o $\triangle V_{st}$:

$$\triangle V_{st} = V\,\beta_{st}\,\triangle t = V\,\beta_{st}\,\left(t_1 - t_0\right) = 200 \cdot 34,5 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 1,38\ \mathrm{dm}^3. \tag{2}$$

Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

Ropa naftowa zwiększy swoją objętość o $\triangle V_{rn}$:

$$\triangle V_{rn} = V \beta_{rn} \triangle t = V \beta_{rn} \left(t_1 - t_0\right) = 200 \cdot 96 \cdot 10^{-5} \cdot 200 = 38,40 \text{ dm}^3. \quad (3)$$

Ostatecznie ropy naftowej wylało się $\triangle V_r$:

$$\triangle V_r = \triangle V_{rn} - \triangle V_{st} = 38,40 - 1,38 = 37,02 \approx 37 \text{ dm}^3 . \quad (4)$$

Odpowiedź: Wylało się około 37 dm^3 ropy naftowej.

Rozwiązanie zadania 18

Pod działaniem siły P sworzeń narażony jest na ścinanie w dwóch przekrojach o łącznej powierzchni:

$$S = 2 \frac{\pi d^2}{4} . \quad (1)$$

Naprężenie τ występujące w tych przekrojach musi spełniać warunek:

$$\tau = \frac{P}{S} \leq k_t . \quad (2)$$

Zatem:

$$S \geq \frac{P}{k_t} . \quad (3)$$

Po podstawieniu i przekształceniu

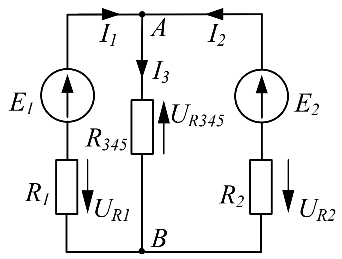
$$\frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{P}{2 k_t} , \quad (4)$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4 P}{2 \pi k_t}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10^6}} = 22,57 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 23 \text{ mm} . \quad (5)$$

Odpowiedź: Minimalna średnica sworznia $d = 23$ mm.

Rozwiązanie zadania 19

Po przekształceniu analizowany obwód ma postać jak na rys.1.



Rys.1. Przekształcony obwód elektryczny

Zastępczą rezystancję R_{345} można obliczyć ze wzoru:

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{3}{30}\,\mathrm{S}\,, \qquad R_{345} = \frac{30}{3} = 10\,\Omega\,. \tag{1}$$

Przyjmując jak na rysunku oznaczenia zwrotów prądów i napięć na elementach obwodu można go opisać następującym układem równań:

$$E_1 - I_3\,R_{345} - I_1\,R_1 = 0\,, \tag{2}$$

$$E_2 - I_3\,R_{345} - I_2\,R_2 = 0\,, \tag{3}$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0\,, \tag{4}$$

gdzie

$$U_{R345} = U_{AB} = I_3\,R_{345}\,, \tag{5}$$

$$U_{R1} = I_1\,R_1\,, \tag{6}$$

$$U_{R2} = I_2\,R_2\,. \tag{7}$$

Rozwiązaniem tego układu są prądy:

$$I_1 = \frac{E_1\left(R_{345} + R_2\right) - E_1\,R_{345}}{R_1\,R_2 + R_1\,R_{345} + R_2\,R_{345}} = \frac{40\,(10+5) - 35\cdot 10}{10\cdot 5 + 10\cdot 10 + 5\cdot 10} = \frac{250}{200} = 1,25\ \mathrm{A}\,, \tag{8}$$

$$I_2 = \frac{E_2\left(R_{345} + R_1\right) - E_1\,R_{345}}{R_1\,R_2 + R_1\,R_{345} + R_2\,R_{345}} = \frac{35\,(10+10) - 40\cdot 10}{10\cdot 5 + 10\cdot 10 + 5\cdot 10} = \frac{300}{200} = 1,5\ \mathrm{A}\,, \tag{9}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1,25 + 1,5 = 2,75\ \mathrm{A}\,. \tag{10}$$

Napięcie U_{AB} pomiędzy węzłami A i B jest zatem równe:

$$U_{AB} = U_{R345} = I_3\, R_{345} = 2,75 \cdot 10 = 27,5\ \mathrm{V}\,. \tag{11}$$

Odpowiedź: Napięcie $U_{AB} = 27,5$ V.

Rozwiązanie zadania 20

Po przełączeniu przełącznika z pozycji 0 na pozycję 1 w czasie $t_1 = 1$ s kondensator C_1 ładuje się przez rezystor R ze źródła napięcia U do wartości:

$$U_{C11} = U \left(1 - \mathrm{e}^{-\dfrac{t_1}{RC_1}} \right)\,. \tag{1}$$

Stała czasowa tego układu $\tau = R\,C_1$ jest równa:

$$\tau = R\,C_1 = 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 1\ \mathrm{s}\,. \tag{2}$$

Zatem

$$U_{C11} = 100 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = 100 \cdot (1 - 0,37) = 63\ \mathrm{V}\,. \tag{3}$$

Do tak naładowanego, po czasie $t_1 = 1$ s kondensatora C_1 dołączono, przełączając przełącznik P z pozycji 1 na pozycję 2, nienaładowany kondensator C_2. Ponieważ całkowity ładunek elektryczny zgromadzony w układzie nie ulegnie zmianie można napisać:

$$C_1\, U_{C11} = C_1\, U_C + C_2\, U_C = U_C \left(C_1 + C_2\right)\,. \tag{4}$$

Zatem napięcie na połączonych kondensatorach C_1 i C_2 jest równe:

$$U_C = \frac{C_1\, U_{C11}}{\left(C_1 + C_2\right)} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 63}{10 \cdot 10^{-6} + 15 \cdot 10^{-6}} = 25,2\ \mathrm{V}\,. \tag{5}$$

Odpowiedź: Napięcie U_C ma wartość $25,2$ V.

Rozwiązanie zadania 21

Wypadkowy współczynnik mocy $\cos\varphi_w$ trzech dołączonych do sieci odbiorników można policzyć znając ich całkowitą moc czynną P_w i pozorną S_w:

$$\cos\varphi_w = \frac{P_w}{S_w}\,. \tag{1}$$

Całkowita moc czynna P_w jest równa:

$$P_w = P_1 + P_2 + P_3 = 1 + 1,5 + 3 = 5,5\,\mathrm{kW}\,. \tag{2}$$

Całkowita moc bierna Q_w jest równa:

$$Q_w = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{P_1}{\cos\varphi_{1L}}\sin\varphi_{1L} + \frac{P_2}{\cos\varphi_{2L}}\sin\varphi_{2L} + \frac{P_3}{\cos\varphi_{3L}}\sin\varphi_{3L}\,, \tag{3}$$

$$Q_w = \frac{1}{0,8}\cdot 0,6 + \frac{1,5}{0,6}\cdot 0,8 + \frac{3}{0,6}\cdot 0,8 = 0,75 + 2 + 4 = 6,75\,\mathrm{kVAr}\,. \tag{4}$$

Moc pozorna trzech odbiorników:

$$S_w = \sqrt{P_w^2 + Q_w^2} = \sqrt{5,5^2 + 6,75^2} \approx 8,71\,\mathrm{kVA}\,. \tag{5}$$

$$\cos\varphi_w = \frac{P_w}{S_w} = \frac{5,5}{8,71} \approx 0,63_L\,. \tag{6}$$

Po dołączeniu kondensatora kompensacyjnego zmieni się moc bierna układu:

$$Q_s = Q_w - Q_k\,, \tag{7}$$

gdzie

$$Q_k = \frac{U^2}{X_{Ck}} = U^2\,\omega\,C_k = 230^2\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 150\cdot 10^{-6} \approx 2,49\,\mathrm{kVAr}\,, \tag{8}$$

$$Q_s = Q_w - Q_k = 6,75 - 2,49 = 4,26\,\mathrm{kVAr}\,. \tag{9}$$

Moc pozorna skompensowanego układu jest równa:

$$S_s = \sqrt{P_w^2 + Q_s^2} = \sqrt{5,5^2 + 4,26^2} \approx 6,96\,\text{kVA}\,. \tag{10}$$

Tym razem współczynnik mocy układu jest równy:

$$\cos\varphi_s = \frac{P_w}{S_s} = \frac{5,5}{6,96} \approx 0,79_L\,. \tag{11}$$

Odpowiedź: W obu wypadkach obwód ma charakter indukcyjny. Przed kompensacją $\cos\varphi_w \approx 0,63_L$, po kompensacji $\cos\varphi_s \approx 0,79_L$.